

博士学位論文

等価入力外乱手法を用いた
非線形特性の推定・補償に関する研究

東京工科大学大学院
バイオ・情報メディア研究科

平成29年9月

石 奇

目次

| | | |
|------------|-------------------------------------|-----------|
| 第1章 | はじめに..... | 1 |
| 1.1 | 研究背景 | 1 |
| 1.2 | 研究目的 | 5 |
| 1.3 | 論文の構成 | 6 |
| 第2章 | 等価入力外乱手法..... | 8 |
| 2.1 | 等価入力外乱の定義 | 8 |
| 2.2 | 等価入力外乱手法による等価入力外乱の推定 | 10 |
| 2.3 | 等価入力外乱の抑制メカニズム | 12 |
| 第3章 | 非線形特性の推定と補償 | 16 |
| 3.1 | 非線形特性の表現 | 16 |
| 3.1.1 | 入力に依存する非線形特性 | 16 |
| 3.1.2 | 状態に依存する非線形特性 | 18 |
| 3.2 | 等価入力外乱手法を用いたシステムの設計 | 19 |
| 3.2.1 | ローパスフィルタの設計 | 19 |
| 3.2.2 | 状態オブザーバの設計 | 20 |
| 3.3 | 非線形補償精度の解析 | 22 |
| 3.4 | 回転制御系のシミュレーション検証 | 24 |
| 3.4.1 | 回転制御システム | 24 |
| 3.4.2 | シミュレーション結果解析 | 27 |
| 3.5 | 回転制御系の実験検証 | 34 |
| 3.5.1 | 実験システムの構成 | 35 |
| 3.5.2 | 実験結果 | 35 |
| 第4章 | 低次元オブザーバに基づく非線形特性の推定と補償.... | 39 |
| 4.1 | 低次元オブザーバによる等価入力外乱の推定可能条件とその構造 | 39 |
| 4.2 | 低次元オブザーバに基づく等価入力外乱の推定 | 41 |
| 4.3 | 低次元オブザーバに基づく等価入力外乱推定・補償器の設計 | 43 |
| 4.3.1 | ローパスフィルタの設計 | 44 |
| 4.3.2 | 低次元オブザーバの設計 | 44 |
| 4.4 | 低次元オブザーバに基づくシミュレーション検証 | 46 |
| 4.5 | 低次元オブザーバに基づく実験検証 | 56 |

| | |
|---|------------|
| 第 5 章 非線形推定・補償によるシステムの運動制御 | 60 |
| 5.1 等価入力外乱手法を用いた運動制御系の構造とシステム安定条件 | 60 |
| 5.2 等価入力外乱手法を用いた運動制御系の設計法 | 63 |
| 5.2.1 状態フィードバックの設計 | 63 |
| 5.2.2 ローパスフィルタの設計 | 64 |
| 5.2.3 状態オブザーバの設計 | 65 |
| 5.3 二輪型倒立振子ロボット | 65 |
| 5.3.1 二輪型倒立振子ロボットの構成 | 65 |
| 5.3.2 二輪型倒立振子ロボットのモデリング | 66 |
| 5.3.3 二輪型倒立振子ロボットの状態方程式 | 75 |
| 5.4 運動制御系のシミュレーション検証 | 79 |
| 5.4.1 シミュレータの構築 | 79 |
| 5.4.2 シミュレーションの結果解析 | 79 |
| | |
| 第 6 章 おわりに | 87 |
| 6.1 本研究のまとめ | 87 |
| 6.2 今後の課題 | 89 |
| | |
| 謝 辞 | 90 |
| | |
| 参考文献 | 91 |
| | |
| 付 録 | 98 |
| | |
| 研究業績 | 119 |

目 次

| | |
|---|----|
| Fig. 2.1: Concept of equivalent input disturbance..... | 8 |
| Fig. 2.2: Decomposition of system..... | 9 |
| Fig. 2.3: Configuration of EID-based compensator..... | 10 |
| Fig. 2.4: Configuration of EID-based compensator from EID to output..... | 13 |
| Fig. 2.5: Simplification of Fig. 2.4..... | 13 |
| Fig. 2.6: Simplification of Fig. 2.5..... | 13 |
| | |
| Fig. 3.1: System with unknow input nonlinearity..... | 16 |
| Fig. 3.2: Unknow input nonlinearity..... | 17 |
| Fig. 3.3: Unknow input nonlinearity as input-dependent disturbance..... | 17 |
| Fig. 3.4: EID-based expression for system with unknow input nonlinearity..... | 18 |
| Fig. 3.5: System with nonlinear friction..... | 18 |
| Fig. 3.6: EID-based expression for system with nonlinear friction..... | 18 |
| Fig. 3.7: Configuration of EID-based nonlinear compensator..... | 20 |
| Fig. 3.8: Rotational control system..... | 24 |
| Fig. 3.9: LuGre model..... | 25 |
| Fig. 3.10: Stribeck-type nonlinear friction..... | 26 |
| Fig. 3.11: Input of rotational control system..... | 28 |
| Fig. 3.12: Compensation effect on output..... | 29 |
| Fig. 3.13: Stribeck-type nonlinearity and EID..... | 29 |
| Fig. 3.14: Input of rotational control system..... | 30 |
| Fig. 3.15: Unknow input nonlinearity and EID..... | 30 |
| Fig. 3.16: Compensation effect on output..... | 31 |
| Fig. 3.17: Spectrum of $y_D(t)$ for nonlinearity and without compensation..... | 32 |
| Fig. 3.18: Spectrum of $y_D(t)$ for $T = 0.1$ s..... | 32 |
| Fig. 3.19: Spectrum of $y_D(t)$ for $T = 0.01$ s..... | 33 |
| Fig. 3.20: Spectrum of $y_D(t)$ for $T = 0.001$ s..... | 33 |
| Fig. 3.21: Experiment of rotational control system..... | 34 |
| Fig. 3.22: Input of rotational control system..... | 35 |
| Fig. 3.23: Output of rotational control system..... | 36 |
| Fig. 3.24: Stribeck-type nonlinearity and EID..... | 36 |
| Fig. 3.25: Change of nonlinearities between $0.5\tau_{fp}(t)$ and $1.5\tau_{fp}(t)$ | 37 |
| Fig. 3.26: Verification of robustness for nonlinearities..... | 37 |
| | |
| Fig. 4.1: Observation of the effects of disturbance and EID..... | 39 |
| Fig. 4.2: Original plant..... | 40 |
| Fig. 4.3: Configuration of EID-based nonlinear compensator..... | 42 |
| Fig. 4.4: Input of rotational control system..... | 47 |
| Fig. 4.5: Output of rotational control system..... | 48 |

| | |
|---|-----|
| Fig. 4.6: Stribeck-type nonlinearity and EID. | 48 |
| Fig. 4.7: Change of nonlinearities between $0.5\tau_{fp}(t)$ and $1.5\tau_{fp}(t)$ | 49 |
| Fig. 4.8: Verification of robustness for nonlinearities..... | 49 |
| Fig. 4.9: Dual-DOB based nonlinearity-compensation system. | 50 |
| Fig. 4.10: EID-based nonlinearity-compensation system..... | 51 |
| Fig. 4.11: LuGre model based system. | 52 |
| Fig. 4.12: Stribeck-type nonlinearity and estimation results of dual-DOB. | 53 |
| Fig. 4.13: Input and output of dual-DOB-based system..... | 53 |
| Fig. 4.14: Simulation results for EID and dual-DOB..... | 53 |
| Fig. 4.15: Stribeck-type nonlinearity and estimation results of dual-DOB. | 54 |
| Fig. 4.16: Stribeck-type nonlinearity and compensation component. | 54 |
| Fig. 4.17: Input and output of dual-DOB-based system..... | 55 |
| Fig. 4.18: Simulation results for EID and dual-DOB..... | 55 |
| Fig. 4.19: Input and output of EID-based system..... | 55 |
| Fig. 4.20: Input of rotational control system. | 57 |
| Fig. 4.21: Output of rotational control system. | 57 |
| Fig. 4.22: Stribeck-type nonlinearity and EID. | 58 |
| Fig. 4.23: Change of nonlinearities between $0.5\tau_{fp}(t)$ and $1.5\tau_{fp}(t)$ | 58 |
| Fig. 4.24: Verification of robustness for nonlinearities..... | 59 |
| | |
| Fig. 5.1: Configuration of EID-based compensation system. | 61 |
| Fig. 5.2: Block diagram for stability analysis of EID..... | 62 |
| Fig. 5.3: NXTway-GS. | 66 |
| Fig. 5.4: Model of NXTway-GS..... | 66 |
| Fig. 5.5: Side view and top view of NXTway-GS. | 67 |
| Fig. 5.6: Nonlinearities in wheeled inverted pendulum. | 81 |
| Fig. 5.7: Compensation components of nonlinearities. | 82 |
| Fig. 5.8: Control input without EID compensation. | 82 |
| Fig. 5.9: Control input with EID compensation. | 83 |
| Fig. 5.10: Input and output without EID compensation. | 84 |
| Fig. 5.11: Input and output with EID compensation. | 84 |
| Fig. 5.12: Response without EID compensation. | 85 |
| Fig. 5.13: Response with EID compensation. | 86 |
| | |
| Fig. 1: Model of rotational control system. | 98 |
| Fig. 2: Model of Stribeck-type nonlinearity. | 98 |
| Fig. 3: Equipment of LabVIEW. | 101 |
| Fig. 4: Program of rotational control system..... | 102 |
| Fig. 5: Design of state observer by LabVIEW. | 103 |
| Fig. 6: Design of low-pass filter by LabVIEW. | 103 |
| Fig. 7: Model of rotational control system. | 105 |
| Fig. 8: Program of rotational control system..... | 108 |

| | |
|---|-----|
| Fig. 9: Motion control of WIP based on EID approach. | 111 |
| Fig. 10: Model of wheeled inverted pendulum. | 112 |

表 目 次

| | |
|---|-----|
| Table 3.1: Parameters and variables of rotational control system..... | 24 |
| Table 3.2: Parameters and variables of LuGre model. | 25 |
| Table 3.3: Physics parameters of Stribeck-type nonlinearity..... | 27 |
| Table 4.1: Parameters of Dual-DOB based nonlinearity-compensation system. | 51 |
| Table 4.2: Parameters and variables of plant..... | 52 |
| Table 5.1: Parameters of NXTway-GS. | 67 |
| Table 1: Specification of DC motor (SS40E8)..... | 100 |
| Table 2: Specification of encoder (SS40E4-E). | 100 |
| Table 3: Specification of motor driver (MS-100T10). | 100 |
| Table 4: Characteristics of sensors. | 110 |
| Table 5: Characteristics of actuator. | 110 |

第1章 はじめに

メカトロニクス系に存在する非線形特性は、系の制御性能に大きく影響する。このような非線形特性は駆動条件に強く依存し、取り扱いが困難である。その影響を抑え制御性能を高めるために、従来から、ハイゲインフィードバックによる手法とモデルに基づく手法などが提案されてきた[1]-[6]。しかし、ハイゲインフィードバックの場合、操作量の飽和問題が存在している[1]。また、モデルに基づく手法の場合、様々な非線形モデルを用いてその非線形特性を正確に表現し、それに基づき非線形特性の完全補償を図る[2]ので、非線形特性に関して、そのパラメータや内部状態が正確に推定できることを前提とし、現場での実現が難しい。なお、非線形モデルのパラメータは制御の進行状況に応じて変動する場合、そのロバスト性を保証するシステムの構築は複雑になる[3]。

一方、所属する研究室では、メカトロニクス系の制御性能向上を図るため、外乱を能動的に抑える手法として、等価入力外乱手法が提案された[7], [8]。等価入力外乱とは、制御出力に対して、実際の外乱と同じ効果をもたらす制御入力チャンネルにおける制御入力信号のことである。この手法を用いて、マッチング条件を満たす外乱と満たさない外乱共に有効に除去できることは知られている。

本研究は、この等価入力外乱手法をメカトロニクス系の非線形特性の推定・補償に拡張する。具体的に、非線形特性を入力または状態に依存する外乱と見立てる。通常、この種のもはマッチング条件を満たさない。このような場合においても、その入力または状態依存性外乱を制御入力端の外乱として等価的に表現でき、等価入力外乱手法を非線形補償に拡張することができることを示し、非線形特性を推定・補償する新しい制御手法を提案する。

1.1 研究背景

近年、精密加工から人間の介護まで、メカトロニクス系は様々な分野に活用され、その高性能化に関するニーズも高まっている[9], [10]。しかし、メカトロニクス系に存在する非線形特性は、系の制御性能に大きく影響する。そのため、ハイゲインフィードバックを用いて非線形特性の影響やパラメータ変動の影響を抑制し、制御性能を高めることが古くから知られており、増幅器の回路や受動的適応制御系などに利用されてきた[1], [11], [12]。しかし、一般的にシステムは遅れ要素を持つため、フィードバックゲインを増大していくと不安定になることがある。また、制御対象のパラメータが大幅に変動する場合には、安定性が保たれていても過渡状態における安定度が悪化する。なお、ハイゲインフィードバックを実際のシステムに適用する場合には、制御コストの問題や操作量の飽和などの問題が生じるため、フィードバックゲインを大きくすることには限界がある。一方、メカトロニクス系の制御性能

向上を図るため、外乱を能動的に抑え、アクティブ外乱除去制御手法が多く提案されてきた[13]-[15]。アクティブ外乱除去制御器に関しては以下のような特長がある[16]。

- 構造がシンプルである。
- 制御対象の詳細な情報が必要ではない。
- 調整パラメータが少ない。
- 高次のシステムに対してパラメータの調整が簡単である。

本研究は、外乱を能動的に抑える手法として提案された等価入力外乱手法をメカトロニクス系の非線形特性の推定・補償に拡張する。

メカトロニクスシステムの制御系設計を行う際には、システムが有する様々な不確かさを補償する必要がある。そのうち、入力信号の不感帯の存在または状態に依存する非線形摩擦は多くのアクチュエータに固有する非線形特性であり、制御性能を劣化させることが知られている。特に摩擦は、Åströmら[17]に示されたように、制御対象に対して好ましくないリミットサイクルを生じさせることや、摩擦モデルに基づく制御手法に生じる誤差などが位置決め精度の向上を阻害する大きな要因の一つとなっている。その影響を抑えて高い制御性能を実現するために、従来は、まず LuGre モデル[18], [19], Leuven モデル[20], [21]などの様々な摩擦モデルを用いて表現し、更に、逆モデル手法を用いて非線形摩擦の完全補償を図った[22]-[27]。摩擦は、速度に応じて変化するヒステリシス特性[28]-[31]やストライベック効果[32]など動的かつ非線形な性質を持っている。ヒステリシス特性は、メモリー形非線形特性であり、入力値の上昇時と減少時では出力経路及び出力値が異なり、かつ飽和特性も持つ非線形特性である。そのため、高精度制御を行おうとする場合、精度の低下を起こす問題が生じる[33]。ストライベック効果は、対象とする物体が静止している状態から動作し始めた直後に、摩擦が一時的に減少するという動的な現象のことであり、過渡特性を大きく変化させる[34]。これらのような現象を説明するために、非線形摩擦特性を数学モデルで表現する研究は古くから行われている。Dahl は、位置依存のヒステリシス特性を表現することができる摩擦モデルを提案した[35]。Åström らは、Dahl の摩擦モデルを拡張した LuGre モデルを提案した[17]。一般的に、摩擦現象には、対象の物体が静止している状態のスティックモードと、動いている状態のスリップモードという特性の異なる 2 つのモードが存在するが、LuGre モデルでは、それらのモードの連続的な切り替えや、速度に応じて変化するヒステリシス特性、ストライベック効果などの非線形摩擦特性の表現が可能である[30], [36]。このような LuGre モデルの特長は、モードの切り替えを含まないモデルに基づく摩擦補償により高性能・高精度な位置決め制御を実現するために有効である。例えば、Freidovich らは LuGre モデルに基づく摩擦補償器を提案し、Lyapunov 安定理論を利用して、その安定性を示した[25]。しかし、[25]では、設計済の制御系に焦点をあて、摩擦モデルのパラメータ変動は考慮せずに検討を行った。一方、摩擦は駆動条件に強く依存し、取り扱いが困難であるため[37], [38]、非線形摩擦モデルのパラメータと内部状態を正確に同定することは難しい場合も多く、経時変化への対応なども考慮した場合、摩擦補償の

一つの実用上有効な制御手法として適応制御があり、数多くの結果が報告されている[39]-[42]。例えば、[41]では動的摩擦補償を考慮に入れた適応型 H_∞ 制御系の一設計手法が提案された。また、[42]では、LuGre モデルを改良し、ストライバック効果を 1 次の非線形差分方程式でモデル化し、適応制御を行う手法が報告された。しかし、これらの手法は、オブザーバの設計は複雑であり、計算量が膨大になるなどの問題が指摘されている。

オブザーバの理論は、1964 年に Luenberger によって最初に提案された[43]、[44]。Luenberger オブザーバは、線形システムの時間領域表現である状態方程式をもとに、入出力信号からシステムの内部状態変数を推定する方法である。このようにオブザーバは制御系に組み込まれ、制御系設計の一ステップとして使われることが多かった[45]-[47]。一方、制御対象の次数が高い場合、オブザーバの次数も高くなる。また、同一次元オブザーバは、プラントのすべての状態変数を推定するが、そのうちの一部は出力を通じて正しく知ることができる。その意味で同一次元オブザーバには冗長性があることになる。それにより、計算コストは高くなるだけでなく、制御のリアルタイム性を保証することは難しくなる場合もある。これらの欠点を解決するために、低次元オブザーバの構成法としての Gopinath 法[48]がよく知られている。谷らは低次元オブザーバを外乱抑制に適用し、低次元オブザーバによる一般化安定化補償器の導入により解決する手法を提案した[49]。しかし、システムは最小位相系ではなければ、状態推定精度と外乱除去性能を確保することはできない。また、谷らの手法は出力の微分値が必要である上、アルゴリズムのステップが多く、煩雑なところが欠点である[50]。このような背景のもとで、本研究は、等価入力外乱を推定する低次元オブザーバを提案する。提案手法が谷らの手法の欠点を補うと共に、その外乱推定・抑制効果は同一次元オブザーバのものと同様である。

また、メカトロニクス系におけるロボットの小型化・軽量化をするために、近年、劣駆動ロボットが注目されている。制御に用いるアクチュエータの数が関節の自由度より少ない系を劣駆動系という。例えば、クアッドコプター（「ドローン」とも呼ばれている）がその例である。クアッドコプターは独立な 4 つの入力が 4 枚のプロペラによって生み出されるが、3 次元空間上での位置・姿勢の自由度は 6 である。したがって、クアッドコプターは劣駆動システムであり、結果として機体を傾けなければ水平方向に加減速することができない[51]、[52]。より少ない駆動装置で機械装置を制御できれば装置全体の重量を軽減できるため、エネルギー効率の向上が図れるだけでなく、故障率を低く抑えることも期待できる。しかし、劣駆動ロボットは駆動源が少ないだけでなく、多くが非線形特性も含まれている。そのゆえ、運動制御は非常に難しい[53]。例えば、劣駆動ロボットの代表例である Acrobot の姿勢制御では、その振り上げ制御・安定化制御はよく研究されている[53]-[55]。それは Acrobot が鉛直下向きの位置にある状態から振り上げて倒立させる振り上げ制御と、Acrobot を鉛直上向きの位置に静止した状態（真上平衡点）を保つ安定化制御である[54]。倒立振子は、傘や棒を逆さに立てる遊びを自動制御で行う単純な非線形システムであるため、従来はより多くの研究者が研究対象と

してきた[56]。倒立振子の台車を車輪に変えた車輪型倒立振子（以下，二輪型倒立振子ロボットと呼ぶ）も，倒立振子と同様に，制御に用いるアクチュエータの数が関節の自由度より少ない（すなわち，劣駆動系）ため，制御を行わなければ倒立姿勢を維持できない非線形特性の強い不安定なシステムである[57], [58]。さらに，左右二つの車輪の回転を独立に制御することができるが，車体の角度を変えないと横方向に動くことができない。そういう意味で，実は二輪型倒立振子ロボットとクアドコプターはよく似たシステムであると言える。二輪型倒立振子ロボットの基本走行制御及び全方向移動を実現するために，Jeongらは，対抗2輪式倒立振子の両車輪として全方向車輪（オムニホイール）を採用し，さらに，左右車輪の間に両車輪の回転軸と直交する回転軸を持つオムニホイールを配置した。対抗する二つの左右オムニホイールは倒立，旋回制御及び前方方向移動制御用として，両車輪間のオムニホイールは横移動制御用として用いられた[59]。しかし，横移動用のオムニホイールは倒立制御に悪影響を及ぼす。Yamakawaは，時間軸状態制御形に基づいて，二輪型倒立振子ロボットを安定化するための並進方向の制御入力と，水平面内の目標軌跡に漸近的に追従させるための旋回方向の制御入力を分けて設計した[60]。しかし，追従制御則を設計するために，目標軌道の関数を含む微分方程式を解く必要がある。一方，二輪型倒立振子ロボットの非線形特性の完全補償を図るため，従来から様々な制御方法が提案されている[56], [61]-[65]。例えば，Tokitaらは，最適制御系の設計を通して，「倒立平行二輪車」を作った[61]。Pathakらは，倒立振子ロボットのダイナミクスを研究し，*partial feedback* 線形化を行った[62]。これらの議論は主に安定化制御と二輪型倒立振子ロボットの位置姿勢制御に関するものである。車輪型倒立振子ロボットにおいて，振子の重量（あるいは，ロボットに乗っている人間の体重）及び慣性モーメントの変化が想定される。しかしながら，対象の重量・慣性変化を考慮した議論が少ないのが現状である。また，二輪型倒立振子ロボットの高速度化を優先して駆動部分の減速比を小さくすると，動特性変化の影響が顕著になり，安定度が劣化することが予想される。Hatakeyamaらは，その不安定性を積極的に活かす方法を用いて，二輪型倒立振子ロボットの直線動作や曲線動作，旋回動作の高速移動制御を提案した[56]。この移動制御法の特長は，前傾姿勢をとることにより加速運動を行い，後傾姿勢をとることにより減速運動ができることである。しかし，位置制御に関するロバスト性は欠けているため，軌道指令に完全には追従できなかった。システムの未知パラメータに対するロバスト性を高め，二輪型倒立振子ロボットの高性能と高精度制御を実現するために，Huangらは *sliding-mode* 制御方法を用い，パラメータの変動や外乱除去の問題を取扱った[66]。しかし，2つのスライディングモードコントローラを用いたため，システムの構築は非常に複雑になっていることが指摘された[94]。

これらの問題を解決するために，本研究では，等価入力外乱手法を用い，システムに存在する非線形特性の推定・補償法を提案する。等価入力外乱手法は元々外乱除去する方法として提案され，本研究ではその手法を非線形特性の補償問題に拡張し，メカトロニクス系に存在する非線形特性の影響を抑

え、システムの制御性能を向上させるものである。具体的に、まず、システムの強い非線形特性を入力または状態依存性外乱として見立てる。次に、制御対象の線形部分システムの状態オブザーバを構築し、状態オブザーバにより推定された線形部分システムの情報を生かして、等価入力外乱推定器を用いて非線形特性を推定する。そして、ローパスフィルタを使用し、外乱推定の角周波数帯域を選択することにより、高い角周波数帯域におけるノイズを除去し、推定精度を確保する。さらに、推定された非線形補償成分を制御入力チャンネルに印加し、従来のサーボ系の制御則と融合することにより、非線形特性を補償し、システムの制御性能を向上させる。従来手法と比べ、等価入力外乱に基づく非線形推定・補償手法は、非線形特性に関して、そのパラメータと内部状態を調べずに、角周波数帯域において、その影響を事前に見積ることが可能であり、ローパスフィルタを設計することにより、非線形補償の精度が指定できるという特徴を持っている。また、制御対象を線形部分システムと非線形特性に分離して考え、線形部分システムの状態オブザーバを用いて非線形特性を推定するため、非線形推定は非常にシンプルである。しかも、メカトロニクス系の線形部分システムの状態オブザーバの設計も簡単である。さらに、非線形補償性能のロバスト性が高く、非線形特性変動のリアルタイムでの推定・補償が可能である。本手法は、従来手法とまったく違う発想から取り組むため、従来手法の問題点を根本から解決し、非線形特性の影響を抑え、システムの高性能制御を実現することができる。

1.2 研究目的

本研究では、等価入力外乱手法[7], [8]に基づき、メカトロニクス系に存在する強い非線形特性を補償する新たな制御手法を提案し、非線形特性の影響を抑え、メカトロニクス系の高性能制御を実現することを目的としている。

まず、等価入力外乱に基づく非線形特性の推定・補償を行うシステムの安定性を保証し、出力に対して、等価入力外乱と非線形特性と同じ効果をもたらすために、本研究では、ローパスフィルタ及び状態オブザーバについて設計する。特に、等価入力外乱にあるローパスフィルタの特性と非線形補償精度との関係について説明し、ローパスフィルタの時定数より、システムに存在する非線形特性の補償精度を調整することができ、時定数が小さくすると、非線形特性が出力への影響がより抑えられることを明らかにする。さらに、本研究はメカトロニクス系に広く存在する不感帯と非線形摩擦を例に、回転制御系を対象にシミュレーションと実験を行い、等価入力外乱手法の有効性を検証する。

次に、システムの構造を吟味し、低次元オブザーバを設計し、それを用いて等価入力外乱を推定することにより、非線形特性の推定・補償法を提案する。具体的に、まず、低次元オブザーバを用いて等価入力外乱の推定可能条

件とその構造を明らかにする。次に、低次元オブザーバに基づく等価入力外乱推定・補償器の設計法を説明する。それから、回転制御システムを例に、シミュレーションと実験を通して、本研究で提案した手法を検証し、低次元オブザーバを利用した等価入力外乱の推定・抑制効果を示し、また、その外乱推定・抑制効果は同一次元オブザーバのものとほぼ同等であることを示す。最後、等価入力外乱手法とほかの非線形補償手法と比べ、本手法の簡便性と優位性を明らかにする。

等価入力外乱手法はマッチング条件を満たす外乱だけでなく、マッチング条件を満たさない外乱の出力に対する影響も補償できる。本研究では、等価入力外乱手法のこの特徴を生かして、非線形システムの非線形特性を補償することにより、メカトロニクス系の運動制御を行う。等価入力外乱手法に基づいた運動制御系は、従来のサーボ系、すなわち、「内部モデル」、「状態オブザーバ」及び「状態フィードバックコントローラ」と、等価入力外乱を推定する「等価入力外乱推定器」を融合するものと考えられる。また、等価入力外乱手法を用いた運動制御系の設計において、系の安定性だけを考える限り分離定理が成り立つ。すなわち、状態フィードバックゲインの設計と、状態オブザーバのゲイン及びローパスフィルタの設計を独立に行うことができるという特徴を持っている。したがって、本研究では非線形システム安定性の立場から、等価入力外乱手法に基づいた運動制御系の安定条件を導出する。さらに、その安定条件をもとに状態フィードバックと状態オブザーバとローパスフィルタの設計について説明し、制御系の設計法を提案する[67]-[69]。最後、典型的な非線形メカトロニクスシステムである二輪型倒立振り子ロボット NXTway-GS の倒立・走行制御シミュレーションにより等価入力外乱手法の有効性を検証する。

1.3 論文の構成

本研究は、等価入力外乱手法を非線形特性の推定・補償に拡張し、制御系の制御性能を高めることについて論じ、6章からなっている。

第1章では、研究背景と目的について述べる。

第2章では、等価入力外乱手法について説明し、その手法を用いて外乱除去するための制御系構造を示し、外乱抑制メカニズムを示す。

第3章では、メカトロニクス系に存在する非線形特性を入力または状態依存性外乱と見立て、等価入力外乱手法を用いてその非線形特性の推定に拡張し、その推定値を援用した非線形補償手法を新たに提案する。まず、システムに存在する不感帯や非線形摩擦などの数学表現を示し、一次ローパスフィルタの時定数と非線形補償精度との関係を明確にする。次に、回転制御系を例に、それらの非線形特性を補償する等価入力外乱制御系を設計し、本手

法の有効性をシミュレーションと実験により検証する。

第4章では、等価入力外乱を推定する低次元状態オブザーバを提案する。まず、オブザーバの次元を低減する条件を導出する。次に、低次元オブザーバに基づく等価入力外乱の推定・補償器の設計法を示す。最後に、回転制御システムに対して、等価入力外乱を推定するための低次元状態オブザーバを構築し、それを用いて非線形摩擦補償を行い、シミュレーションと実験により、同次元オブザーバに基づく等価入力外乱手法と同じ非線形補償精度とロバスト性能を有することを確認する。また、本手法と広く用いられている外乱オブザーバ手法と比較検討を行い、本手法の簡便性と優位性を明らかにする。

第5章では、等価入力外乱手法を非線形メカトロニクスシステムの運動制御に拡張する。従来から広く用いられてきた厳密線形化手法やリアプロフ関数手法と違い、平衡点における線形近似モデルだけを用いて制御則が簡単に構築できる。実際のモデルと近似モデルとの差を外乱と考え、制御系の安定条件を導き、等価入力外乱手法を用いて補償することにより、安定した運動制御を実現する。二輪型倒立振り子ロボットの運動制御を例に、本手法の有効性とロバスト性をシミュレーションにより検証する。

第6章では、本研究のまとめと今後の展望について述べる。

第2章 等価入力外乱手法

本章では、まず、等価入力外乱の基本概念を説明し、次に、等価入力外乱手法を用いて外乱を抑制するメカニズムについて説明する。特に、等価入力外乱推定器に含まれるローパスフィルタの特性は、外乱補償精度に大きな影響を与えることを示す。

2.1 等価入力外乱の定義

等価入力外乱とは、制御出力に対して、実際の外乱と同じ効果をもたらす制御入力チャンネルにおける制御入力信号のことである。本節では、等価入力外乱の定義について述べる。

Fig. 2.1 (a)に示す制御対象

$$\begin{cases} \dot{x}_o(t) = Ax_o(t) + Bu(t) + B_d d(t), \\ y_o(t) = Cx_o(t) \end{cases} \quad (1)$$

において、 $x_o(t) \in R^n$ は制御対象の状態であり、 $u(t) \in R^m$ と $y_o(t) \in R^p$ はそれぞれ制御入力と制御出力であり、 $d(t) \in R^d$ は制御対象に印加される外乱である。

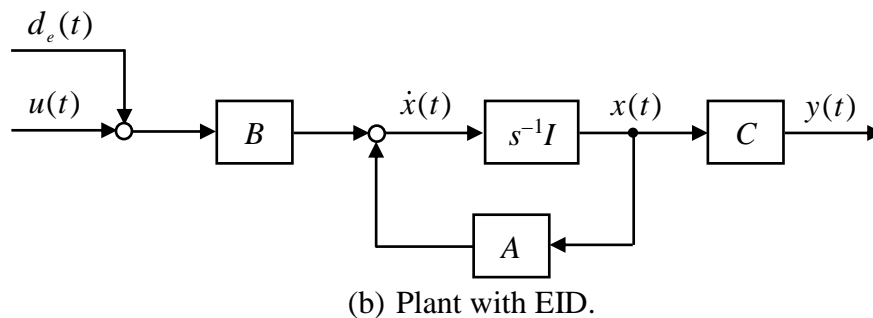
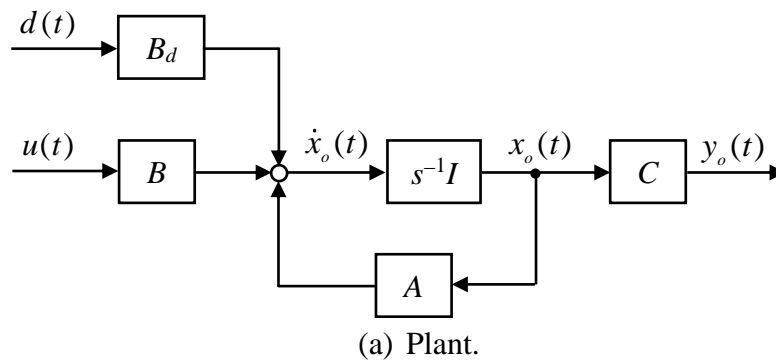


Fig. 2.1: Concept of equivalent input disturbance.

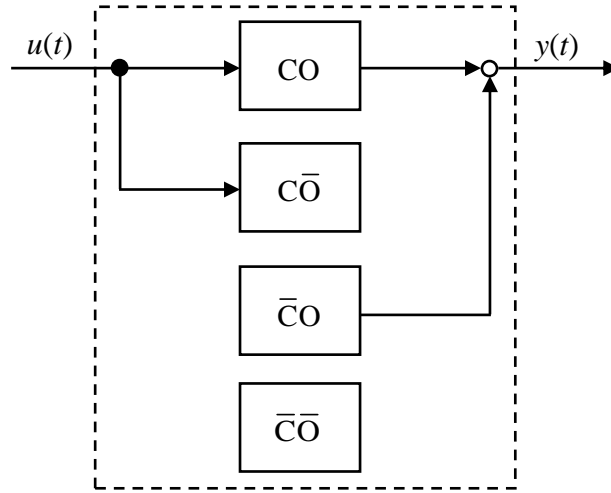


Fig. 2.2: Decomposition of system.

本研究では，制御対象(1)に関して，以下の標準的な仮定をおいておく。

【仮定 1】 (A, B) は可制御であり， (C, A) は可観測である。

【備考】 仮定 1 について，もし制御対象(1)は可制御または可観測ではなければ，この制御対象を可制御・可観測(CO)，可制御・不可観測($C\bar{O}$)，不可制御・可観測($\bar{C}O$)，不可制御・不可観測($\bar{C}\bar{O}$)という四つのサブシステムに分けて考えることができ (Fig. 2.2)，制御対象は可安定，可検出ならばよい。この場合，可制御・不可観測サブシステムと不可制御・不可観測サブシステムは出力に影響を与えないので，これらのサブシステムは安定ならばよい。また，不可制御・可観測サブシステムの出力は，可制御・可観測サブシステムに印加される外乱だと考えればよい。結局，制御対象の可制御・可観測サブシステムに注目して制御系を設計すればよいことが分かる。

本研究では，外乱は制御入力と違うチャンネルから印加される可能性があり，また，外乱の印加チャンネルの数も制御入力の印加チャンネルの数と違う可能性がある。

一方，外乱は制御入力チャンネルより印加される (Fig. 2.1 (b)) とすると，制御対象は以下となる。

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B[u(t) + d_e(t)], \\ y(t) = Cx(t). \end{cases} \quad (2)$$

ここで，等価入力外乱を以下のように定義する [7]。

【定義】 制御入力 $u(t) = 0$ ，状態 $x(\pm\infty) = 0$ とする。外乱 $d(t)$ に対する制御対象(1)の出力を $y_o(t)$ とし，外乱 $d_e(t)$ に対する制御対象(2)の出力を $y(t)$ とする。

$$y(t) = y_o(t), \quad t \geq 0 \quad (3)$$

が成り立つならば、 $d_e(t)$ は外乱 $d(t)$ の等価入力外乱と呼ぶ。

本研究では、等価入力外乱の存在性について以下の集合を考える。

$$\Phi = \{p_i(t) \sin(\omega_i t + \phi_i)\}, \quad i = 0, \dots, n, \quad n < \infty, \quad (4)$$

ただし、 $\omega_i (\geq 0)$ と ϕ_i は定数であり、 $p_i(t)$ は t に関する多項式である。もし、外乱 $d(t)$ により生じる出力 $y_o(t) \in \Phi$ となるならば、stable inversion [70]-[71]という概念に基づき、制御入力チャンネルにおける等価入力外乱 $d_e(t) \in \Phi$ が構築できることが知られており、以下の補題を得る[7]。

【補題】制御対象(1)に印加される外乱 $d(t)$ により生じる出力が Φ に属す場合、その等価入力外乱 $d_e(t) \in \Phi$ は必ず存在する。

2.2 等価入力外乱手法による等価入力外乱の推定

本節では、等価入力外乱手法に基づいた推定・補償器を設計し、システムに存在する外乱を推定・補償することにより除去する。

等価入力外乱手法に基づいた推定・補償器の構成を Fig. 2.3 に示す。Fig. 2.3 において、制御対象の状態オブザーバを構築し、状態オブザーバにより推定

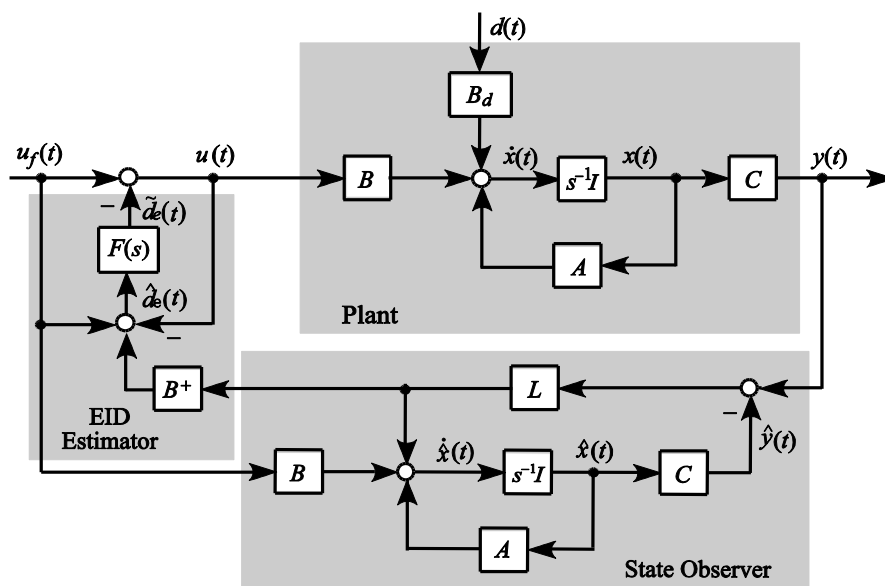


Fig. 2.3: Configuration of EID-based compensator.

されたシステムの状態は

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu_f(t) + LC[x(t) - \hat{x}(t)] \quad (5)$$

となる。ただし、 L は状態オブザーバゲインである。

また、制御対象(2)の状態 $x(t)$ 及び等価入力外乱の真値 $d_e(t)$ について

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B[u(t) + d_e(t)] \quad (6)$$

が成り立つ。ここで、

$$\Delta x(t) = \hat{x}(t) - x(t) \quad (7)$$

と分解し、それを式(6)に代入して整理すると、

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + Bd_e(t) + [\Delta\dot{x}(t) - A\Delta x(t)] \quad (8)$$

を得る。

一方、状態 $\Delta x(t)$ を生成する制御入力 $\Delta d_e(t)$ が存在すると仮定し、以下を満たす。

$$\Delta\dot{x}(t) = A\Delta x(t) + B\Delta d_e(t). \quad (9)$$

上式を式(8)に代入し、等価入力外乱の推定値を

$$\hat{d}_e(t) = d_e(t) + \Delta d_e(t) \quad (10)$$

として整理すると、

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + B[u(t) + \hat{d}_e(t)] \quad (11)$$

を得る。式(10)と(11)は、等価入力外乱をもつ制御対象の状態を常に状態オブザーバの状態と同じく、 $\hat{x}(t)$ とした場合、実状態との差は等価入力外乱の推定誤差に帰着できることを意味する。

式(5)と(11)より

$$\hat{d}_e(t) = B^+ LC[x(t) - \hat{x}(t)] + u_f(t) - u(t) \quad (12)$$

が得られる。ただし、

$$B^+ := (B^T B)^{-1} B^T.$$

さらに、本研究では、1次ローパスフィルタ

$$F(s) = \frac{1}{Ts + 1} \quad (13)$$

を使用し、外乱推定の角周波数帯域を選択することにより、高い角周波数帯域におけるノイズを除去し、推定精度を確保する。ただし、 T はローパスフィルタの時定数である。従って、最終的に得られる等価入力外乱の推定値 $\tilde{d}_e(t)$ は

$$\tilde{D}_e(s) = F(s)\hat{D}_e(s) \quad (14)$$

により与えられる。ただし、 $\tilde{D}_e(s)$ と $\hat{D}_e(s)$ はそれぞれ信号 $\tilde{d}_e(t)$ と $\hat{d}_e(t)$ のラプラス変換である。

【備考】等価入力外乱を推定するので得られた等価入力外乱の印加チャンネルは、実際の外乱の印加チャンネルとは違う。そのため、一般的に同次元オブザーバを用いる必要がある（第4章では、低次元オブザーバについて検討し、その利用可能条件を導出する）。また、外乱が存在する場合、その影響により推定された等価入力外乱をもつ制御対象の状態は実際の制御対象の状態とは異なる。

最後、推定された等価入力外乱の推定値を制御入力チャンネルに印加し、以下の制御則

$$u(t) = u_f(t) - \tilde{d}_e(t) \quad (15)$$

が得られる。この新しい制御則はシステムの外乱除去性能を向上させる。本手法は従来の手法に比べ、以下の特徴がある[72]。

- 1) 外乱に関する情報は必要としない。
- 2) 出力測定値の微分情報は必要としない。
- 3) 外乱推定する制御対象の逆モデルを直接に用いてないため、不安定なゼロ・極消去は生じない。
- 4) システムの構成が非常にシンプルである。

2.3 等価入力外乱の抑制メカニズム

本節では、まず、等価入力外乱 $d_e(t)$ から出力 $y(t)$ までの伝達関数を導出する。次に、等価入力外乱手法により、外乱除去性能を明らかにする[72]。

式(2), (5), (7)と(15)より,

$$\Delta\dot{x}(t) = (A - LC)\Delta x(t) + B\tilde{d}_e(t) - Bd_e(t) \quad (16)$$

が得られる。等価入力外乱の抑制メカニズムを解析するために、 $u_f(t) = 0$ とおき,

$$u_d(t) = d_e(t) - \tilde{d}_e(t) \quad (17)$$

と定義する。

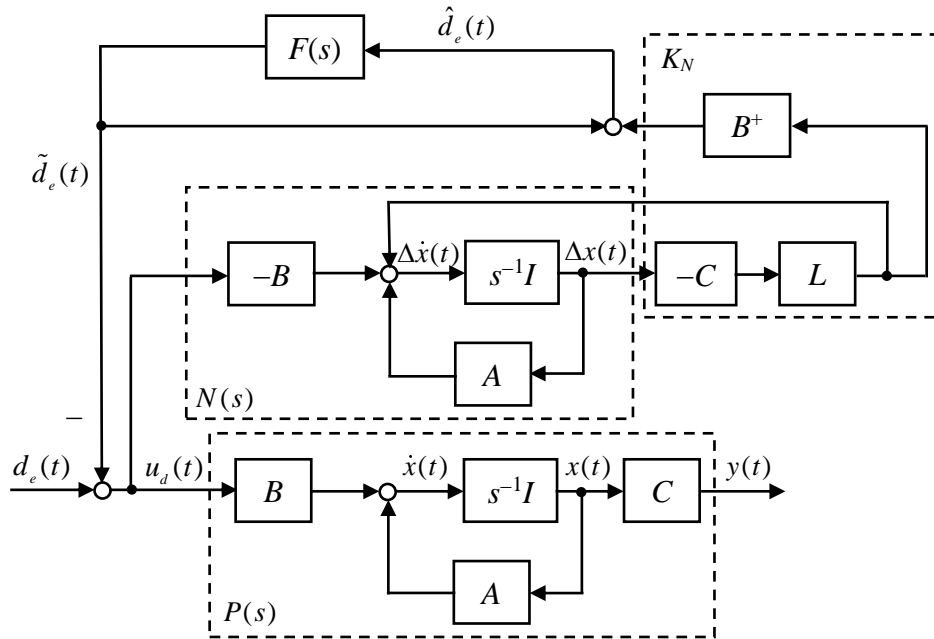


Fig. 2.4: Configuration of EID-based compensator from EID to output.

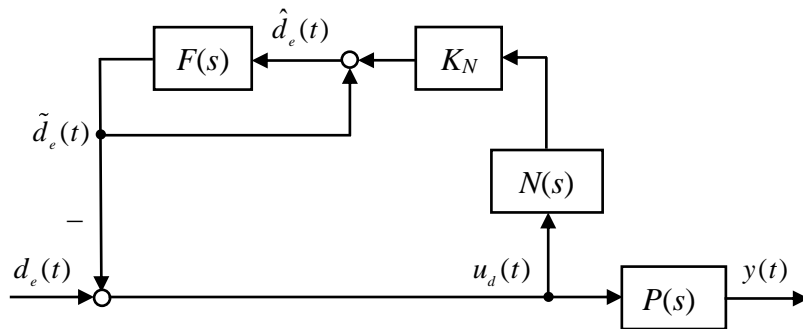


Fig. 2.5: Simplification of Fig. 2.4.

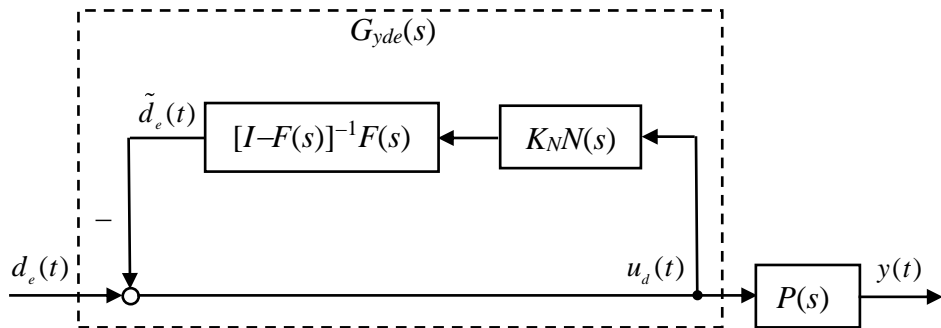


Fig. 2.6: Simplification of Fig. 2.5.

式(7), (12), (14)-(17)より, 等価入力外乱手法に基づく補償器を Fig. 2.4 のように描き直す。ただし,

$$\begin{cases} K_N = -B^+LC, \\ P(s) = C(sI - A)^{-1}B, \\ N(s) = -[sI - (A - LC)]^{-1}B \end{cases}$$

と定義すれば, Fig. 2.4 は Fig. 2.5 のように簡略にすることができ, さらに, Fig. 2.6 のように描き直すことができる。したがって, 等価入力外乱 $d_e(t)$ から出力 $y(t)$ までの伝達関数は

$$G_{yd}(s) = G_{yde}(s)P(s) \quad (18)$$

となる。ただし,

$$G_{yde}(s) = [I - F(s)G_L(s)]^{-1}[I - F(s)],$$

$$G_L(s) = I - K_N N(s).$$

Fig. 2.6 に示すように, 等価入力外乱補償器 $G_{yde}(s)$ は, 状態オブザーバや等価入力外乱推定器から構成され, 本研究では, 外乱を補償し, システムの制御性能を向上させるために, 式(18)について,

$$F(j\omega) \approx I, \quad \omega \in \Omega_r, \quad \Omega_r = \{\omega, \quad 0 \leq \omega \leq \omega_r\}, \quad (19)$$

及び

$$\max \|F(j\omega)G_L(j\omega)\| < 1, \quad \omega \in \Omega_r \quad (20)$$

を満たさなければならない。ただし, ω_r は外乱を補償するための最高角周波数であり, Ω_r は対応する角周波数帯域である。

1次ローパスフィルタは, 式(19)を満たすための良い選択である。その理由は, 以下の通りである。

- 1) 等価入力外乱推定値はローパスフィルタを通過する時, 角周波数帯域内のゲイン減衰と位相遅れは, 外乱除去性能を低下させるため, 本研究では, 主に式(19)が成立するかどうかについて注目し, 角周波数帯域外のローパスフィルタのゲイン減衰速さが外乱抑制性能に影響しない。
- 2) 同じ角周波数帯域内に, 位相遅れは, 高次フィルタのほうが1次フィルタより, もっと低角周波数で始まる。
- 3) 1次フィルタにより, システムの設計が簡単になる。

したがって, 外乱を補償する立場から考えると, ローパスフィルタは式(13)とし, ローパスフィルタの時定数 T により, 外乱を補償するための角周波数帯域を調整することができる。その関係は

$$T \leq \frac{1}{5 \sim 10} \frac{1}{\omega_r} \quad (21)$$

である。

第3章 非線形特性の推定と補償

本章では、前章で説明した等価入力外乱手法を、メカトロニクス系に存在する非線形特性の補償に拡張する。まず、メカトロニクス系に広く存在する不感帯と非線形摩擦を例に、そのモデリングを示す。次に、その非線形特性を入力あるいは状態依存性外乱と見立て、等価入力外乱手法を用いて補償することについて検討する。それから、等価入力外乱にあるローパスフィルタの特性と非線形補償精度との関係を明らかにする。最後に、回転制御系を対象にシミュレーションと実験を行い、本手法の有効性を検証する。

3.1 非線形特性の表現

メカトロニクスシステムの制御系設計を行う際には、システムが有する様々な不確かさを補償する必要がある。そのうち、入力信号の不感帯の存在または状態に依存する非線形摩擦は多くのアクチュエータに固有する非線形特性であり、制御性能を劣化させることが知られている[73]-[75]。本節では、システムに存在する非線形特性とそのモデリングについて説明する。

3.1.1 入力に依存する非線形特性

次の非線形システムを考える(Fig. 3.1)。

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B\Psi(u(t)), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \quad (22)$$

ただし、 $x(t) \in R^n$ は制御対象の状態であり、 $u(t) \in R^m$ と $y(t) \in R^p$ はそれぞれ制御入力と制御出力である。 $\Psi(u(t))$ は入力信号の不感帯であり、次のように与えられる。

$$\Psi(u(t)) = \begin{cases} u(t) - b_r, & u(t) > b_r, \\ 0, & b_l \leq u(t) \leq b_r, \\ u(t) - b_l, & u(t) < b_l, \end{cases} \quad (23)$$

ただし、 $b_r (> 0)$ と $b_l (< 0)$ は未知の定数である(Fig. 3.2)。ここで、 $\Psi(u(t))$ は次

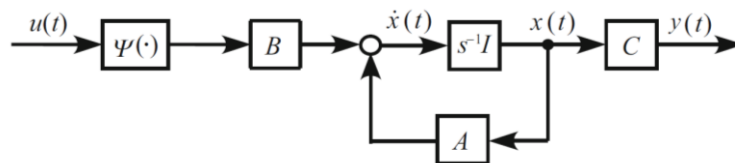


Fig. 3.1: System with unknow input nonlinearity.

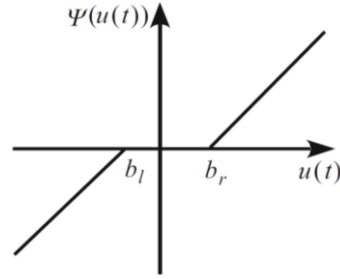


Fig. 3.2: Unknown input nonlinearity.

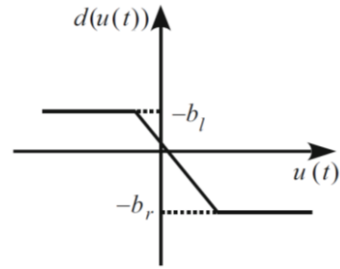


Fig. 3.3: Interpretation of unknown input nonlinearity as input-dependent disturbance.

式のように書き直す。

$$\Psi(u(t)) = u(t) + d(u(t)), \quad (24)$$

ただし, $u(t)$ は式(24)における線形部分であり, また, $d(u(t))$ は残る部分であり,

$$d(u(t)) = \begin{cases} -b_r, & u(t) > b_r, \\ -u(t), & b_l \leq u(t) \leq b_r, \\ -b_l, & u(t) < b_l, \end{cases} \quad (25)$$

と定義される(Fig. 3.3)。Fig 3.3 に示すように, $d(u(t))$ は有界であり, 次式を満たす。

$$|d(u(t))| \leq d_M, \quad \forall t > 0, \quad (26)$$

ただし, $d_M (> 0)$ は未知の定数である。

式(24)を式(22)に代入すると,

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B[u(t) + d(u(t))], \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (27)$$

が得られる(Fig 3.4)。本研究では, システムにおける非線形部分 $d(u(t))$ を制御入力チャンネルに印加する外乱と見立て, 等価入力外乱手法により, 式(22)の入力に依存する非線形補償問題を外乱除去問題に変換する。

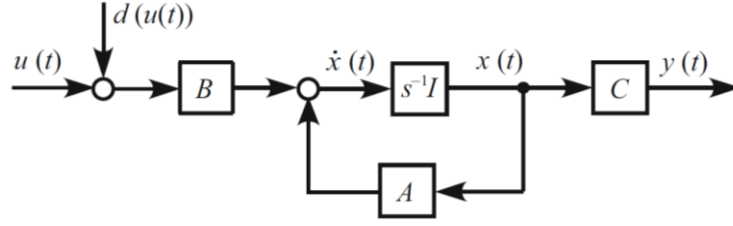


Fig. 3.4: EID-based expression for system with unknow input nonlinearity.

3.1.2 状態に依存する非線形特性

システムに存在する非線形摩擦特性を表すために

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \Psi(x(t)), \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (28)$$

を与える(Fig. 3.5)。ただし、 $x(t) \in R^n$ は制御対象の状態であり、 $u(t) \in R^m$ と $y(t) \in R^p$ はそれぞれ制御入力と制御出力である。 $\Psi(x(t))$ はシステムに存在する非線形摩擦特性であり、次式のように書き直す。

$$\Psi(x(t)) = B_d d(x(t)). \quad (29)$$

明らかに、 $d(x(t))$ は有界であり、次式を満たす。

$$|d(x(t))| \leq d_M, \quad \forall t > 0, \quad (30)$$

ただし、 $d_M (> 0)$ は未知の定数である。式(29)を式(28)に代入すると、

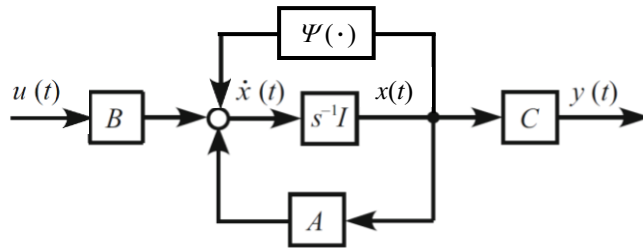


Fig. 3.5: System with nonlinear frictoin.

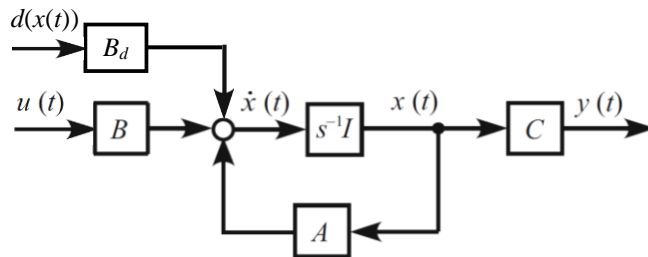


Fig. 3.6: EID-based expression for system with nonlinear friction.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_d d(x(t)), \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (31)$$

が得られる(Fig 3.6)。したがって、システムにおける非線形部分 $d(x(t))$ を状態依存性外乱と見立て、等価入力外乱手法により、式(28)の状態に依存する非線形摩擦補償問題を外乱除去問題に変換する。

3.2 等価入力外乱手法を用いたシステムの設計

本節では、システムに存在する非線形特性を入力あるいは状態依存性外乱と見立て、等価入力外乱手法を用いて補償することについて検討する。

従来手法と比べ、等価入力外乱に基づく非線形特性の推定・補償法の特徴は、以下の通りである。

- 1) 等価入力外乱に基づく非線形特性の推定・補償法が幅広い非線形特性に対して統一した枠組みで取り扱うことができる。
- 2) 非線形特性に関して、そのパラメータと内部状態を調べずに、角周波数帯域において、その影響を事前に見積ることが可能であり、ローパスフィルタを設計することにより、非線形特性の補償精度が指定できる。
- 3) 制御対象を線形部分システムと非線形特性に分離して考え、線形部分システムの状態オブザーバを用いて非線形特性を推定するため、非線形推定は非常にシンプルである。
- 4) 線形部分システムを用いて制御系を構築しているので、非線形特性に対する補償器の構造及び設計は非常に簡単である。しかも、線形部分システムの状態オブザーバの設計も簡単である。
- 5) 非線形補償性能のロバスト性は高い。非線形特性変動のリアルタイムでの推定・補償が可能である。

等価入力外乱に基づく非線形特性の推定・補償器の構成を Fig. 3.7 に示す。システムの安定性を保証し、出力に対して、等価入力外乱と非線形特性と同じ効果をもたらすために、本節では、ローパスフィルタ及び状態オブザーバについて設計する。

3.2.1 ローパスフィルタの設計

本研究では、ローパスフィルタの選定は式(13)とし、次式のように満たさなければならない。

$$|F(j\omega)| \approx 1, \quad \omega \in \Omega_r, \quad \Omega_r = \{\omega, \quad 0 \leq \omega \leq \omega_r\}. \quad (32)$$

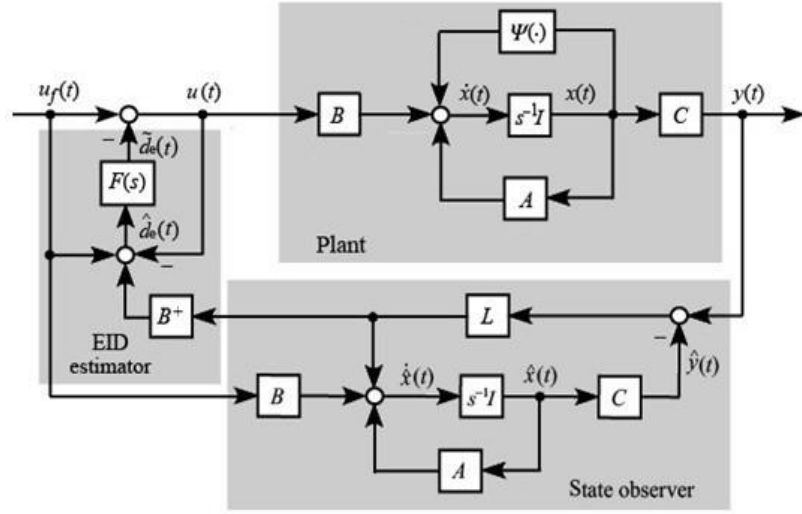


Fig. 3.7: Configuration of EID-based nonlinear compensator.

式(32)において， ω_r は非線形特性を補償するための最高角周波数であり， Ω_r は対応する角周波数帯域である。

ローパスフィルタ $F(s)$ のカットオフ角周波数 ω_c は

$$\omega_c = (5 \sim 10)\omega_r \quad (33)$$

と選定し，時定数 T との関係は

$$T = \frac{1}{\omega_c} = \frac{1}{5 \sim 10} \frac{1}{\omega_r} \quad (34)$$

である。

3.2.2 状態オブザーバの設計

式(7)と(15)より，式(12)が

$$\hat{d}_e(t) = -B^+LC\Delta x(t) + \tilde{d}_e(t) \quad (35)$$

となる。式(2)，(5)，(7)と(15)より，

$$\Delta \dot{x}(t) = (A - LC)\Delta x(t) + B\tilde{d}_e(t) - Bd_e(t) \quad (36)$$

が得られる。式(35)と(36)より，

$$\hat{D}_e(s) = B^+LCH(s)[\tilde{D}_e(s) - D_e(s)] + \tilde{D}_e(s) \quad (37)$$

を得る。ただし，

$$H(s) = -[sI - (A - LC)]^{-1}B.$$

システムの安定性を考える場合， $u_f(t) = 0$ とおき，式(15)は，

$$U(s) = -\tilde{D}_e(s) \quad (38)$$

となる。式(2)より,

$$Y(s) = P(s)[U(s) + D_e(s)] \quad (39)$$

である。ただし,

$$P(s) = C(sI - A)^{-1} B.$$

式(14), (37), (38)と(39)より, $d_e(t)$ から $y(t)$ までの伝達関数が

$$G_{dy}(s) = [1 - F(s)G_L(s)]^{-1} [1 - F(s)]P(s) \quad (40)$$

で与えられる。ここで,

$$\begin{aligned} G_L(s) &= 1 - B^+ LC [sI - (A - LC)]^{-1} B \\ &= B^+ [sI - (A - LC) - LC] [sI - (A - LC)]^{-1} B \\ &= B^+ (sI - A) [sI - (A - LC)]^{-1} B, \end{aligned}$$

ただし, 式(40)により, $d_e(t)$ が有界であり, $[1 - F(s)]P(s)$ が不安定な極を持たないことが分かる。したがって, システムのBIBO (有界入力有界出力) 安定性を保証するために, $[1 - F(s)G_L(s)]^{-1}$ が不安定な極を持たなければよい。そのため, 系が安定となる十分条件は

$$\|G_L F\|_\infty < 1 \quad (41)$$

となる。ただし, $\|G_L\|_\infty := \sup_{0 \leq \omega < \infty} \sigma_{\max}[G_L(j\omega)]$ と $\sigma_{\max}(G_L)$ は G_L の最大特異値を意味する。

一方, ローパスフィルタ $F(s)$ は式(32)と選ぶことが望ましい。そのため, 式(41)を満たすようなオブザーバのゲイン L は

$$|G_L(j\omega)| < \frac{1}{|F(j\omega)|}, \quad \forall \omega \in [0, +\infty) \quad (42)$$

を満たすように選ばばよい。ここで, システム

$$\begin{cases} \dot{x}_L(t) = A^T x_L(t) + C^T u_L(t), \\ y_L(t) = B^T x_L(t) \end{cases} \quad (43)$$

を構築し, それに対して, 以下のようなスカラーパラメータ $\rho > 0$ を含む状態フィードバック

$$u_L(t) = L_\rho^T x_L(t) \quad (44)$$

を考える。もし (A, B, C) が最小位相系ならば,

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} [sI - (A - L_\rho C)]^{-1} B = 0 \quad (45)$$

が成り立つ完全制御[76]-[77]を達成する L_p^T は存在することが知られている。ここで、 $[sI - (A - L_p C)]^{-1} B$ は $G_L(s)$ の一部であることに注目すると、十分に大きな ρ は、すべての $\omega \in \Omega_r$ に対して、 $|G_L(j\omega)|$ を十分に小さくすることができる。したがって、完全制御という概念に基づいて、式(41)を満たす適切な $F(s)$ と L を求めることができる。

【備考】 式(40)は等価入力外乱 $d_e(t)$ から出力 $y(t)$ までの伝達関数であり、 $[I - F(s)]$ を含むため、もし、システム (A, B, C) が最小位相系ならば、式(32)と(45)により、本研究で提案した等価入力外乱手法は外乱除去性能を保証することができることが分かる。

【定理 1】 以下の条件が成立する場合、等価入力外乱手法に基づいた非線形補償システムが安定し、非線形特性を補償することができる。

- 1) 式(32)が成立する。
- 2) $A - LC$ が安定する。
- 3) 式(41)が成立する。

したがって、定理1の条件1)を満たす適切な T を選択すれば、以下の設計手順により、状態オブザーバゲイン L を求めることができる。

状態オブザーバゲイン設計アルゴリズム：

Step 1) 十分に大きなスカラー $\rho > 0$ を選択する。

Step 2) リッカチ方程式

$$AS + SA^T - SC^T R_L^{-1} CS + \rho Q_L = 0 \quad (46)$$

を解く。ただし、重み係数 $Q_L > 0$, $R_L > 0$ である。

Step 3) 次の式を考える、

$$L = -SC^T R_L^{-T}. \quad (47)$$

Step 4) 式(41)が成立したら、計算を終える。成立しなければ、パラメータ ρ を増加して、Step 2)に戻る。

3.3 非線形補償精度の解析

本節では、等価入力外乱にあるローパスフィルタの特性と非線形補償精度との関係を明らかにする。

式(14), (15), (31)より

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu_f(t) - BF(s)\hat{d}_e(t) + B_d d(x(t)) \quad (48)$$

が得られる。入力が出力に及ぼす影響を考えないので, $u_f(t) = 0$ とおき, 式(48)をラプラス変換して, 式(31)の出力方程式に代入すると

$$Y_D(s) = -C(sI - A)^{-1}BF(s)\hat{D}_e(s) + C(sI - A)^{-1}B_d D(s) \quad (49)$$

が得られる。一方, 式(7), (12), (14), (15)より

$$\hat{D}_e(s) = -[I - F(s)]^{-1}B^+LC\Delta X(s) \quad (50)$$

が得られる。式(5), (7), (14), (15), (31)より

$$\Delta X(s) = [sI - (A - LC)]^{-1}[BF(s)\hat{D}_e(s) - B_d D(s)] \quad (51)$$

が得られる。式(50)に代入すると

$$\hat{D}_e(s) = \{I + [I - F(s)]^{-1}G_B(s)F(s)\}^{-1}[I - F(s)]^{-1}G_{Bd}(s)D(s) \quad (52)$$

が得られる。ただし,

$$G_B(s) = B^+LC[sI - (A - LC)]^{-1}B,$$

$$G_{Bd}(s) = B^+LC[sI - (A - LC)]^{-1}B_d,$$

式(52)が式(49)に代入すると, 外乱 $d(x(t))$ から出力 $y_D(t)$ までの伝達関数は

$$\begin{aligned} G(s) &= -\frac{P(s)G_{Bd}(s)}{Ts + G_B(s)} + P_{Bd}(s) \\ &= -\frac{C(sI - A)^{-1}BB^+LC[sI - (A - LC)]^{-1}B_d}{Ts + B^+LC[sI - (A - LC)]^{-1}B} + C(sI - A)^{-1}B_d \end{aligned} \quad (53)$$

である。ただし,

$$P(s) = C(sI - A)^{-1}B,$$

$$P_{Bd}(s) = C(sI - A)^{-1}B_d,$$

ローパスフィルタ $F(s)$ の選定は式(13)とする。明らかに, ローパスフィルタのパラメータ T が小さくすると, 式(53)が小さくなり, すなわち, 外乱 $d(x(t))$ が出力 $y_D(t)$ への影響を抑えることができ,

$$\|y_D\|_\infty \leq \|G\|_1 d_M \quad (54)$$

を満たす。ただし, d_M は式(30)の説明したように $|d(x(t))|$ の上界であり, $\|G\|_1$ は $G(s)$ の 1 ノルムであり, $\|y_D\|_\infty := \sup_{0 \leq t < \infty} |y_D(t)|$ である。

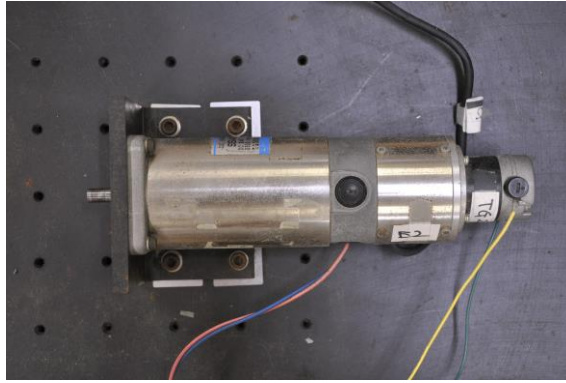


Fig. 3.8: Rotational control system.

3.4 回転制御系のシミュレーション検証

本節では，回転制御系を対象にシミュレーションを行い，等価入力外乱手法の有効性を検証する。

3.4.1 回転制御システム

本研究では，回転制御系の位置・速度制御が検討されている(Fig. 3.8)。回転制御系の運動方程式のパラメータ及び変数を Table 3.1 に示す。従って，制御用モータの数学的モデルは

Table 3.1: Parameters and variables of rotational control system.

| 定義 | パラメータ/変数 |
|------------------------|----------------|
| 入力電圧 | $u(t)$ |
| 電機子電流 | $i_p(t)$ |
| 回転トルク | $\tau_p(t)$ |
| Stribeck-type 非線形摩擦トルク | $\tau_{fp}(t)$ |
| 回転速度 | $\omega_p(t)$ |
| 回転角度 | $\theta_p(t)$ |
| 慣性モーメント | J_p |
| 電機子抵抗 | R_p |
| 逆起電力定数 | K_p |

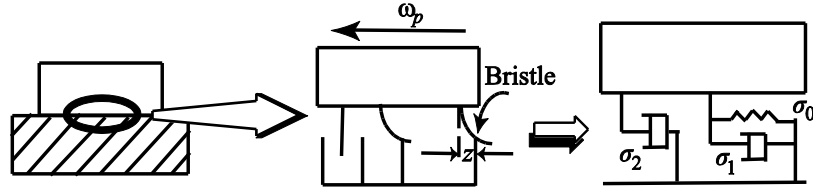


Fig. 3.9: LuGre model.

$$\begin{cases} R_p \dot{i}_p(t) + K_p \omega_p(t) = u(t), \\ \tau_p(t) = K_p i_p(t), \\ J_p \dot{\omega}_p(t) = \tau_p(t) - \tau_{fp}(t) \end{cases} \quad (55)$$

と与える。モデルの中で、 $\tau_{fp}(t)$ はシステムに存在する **Stribeck-type** 非線形摩擦であり、本研究では、**LuGre** モデルを用いて、その非線形摩擦特性を表現する。

通常、物体の接触面は平滑ではないので、摩擦が発生する。**Stribeck** 効果は対象とする物体が静止している状態から動作し始めた直後に、摩擦が一時的に減少する動的な現象である。**LuGre** モデルは、その非線形な挙動を表すことができる摩擦モデルの一つである。

LuGre モデルは、Fig. 3.9のように物体の接触面を剛毛の集まりと考え、剛毛の剛性と粘性により摩擦をモデル化している。モデルの中では、この剛毛をバネ・ダンパ系で表現する[17]。**LuGre** モデルのパラメータ及び変数を Table 3.2 に示す。**LuGre** モデルにより生成される **Stribeck-type** 非線形摩擦トルクは

$$\tau_{fp}(t) = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z}(t) + \sigma_2 \omega_p(t), \quad (56)$$

$$\dot{z}(t) = \omega_p(t) - \sigma_0 \frac{|\omega_p(t)|}{g(\omega_p(t))} z(t), \quad (57)$$

Table 3.2: Parameters and variables of LuGre model.

| 定義 | パラメータ/変数 |
|---------------------|---------------|
| 剛毛のバネ係数 | σ_0 |
| 剛毛のダンパ係数 | σ_1 |
| 物体間の粘性係数 | σ_2 |
| クーロン摩擦トルク | τ_c |
| 静止摩擦トルク | τ_s |
| Stribeck 角速度 | ω_s |
| 質点系の角速度 | $\omega_p(t)$ |
| 剛毛の平均たわみ | $z(t)$ |

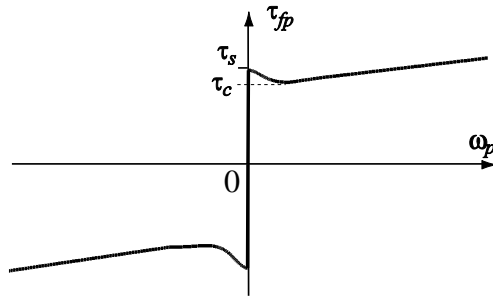


Fig. 3.10: Stribeck-type nonlinear friction.

$$g(\omega_p(t)) = \tau_c + (\tau_s - \tau_c) e^{-\frac{|\omega_p(t)|}{\omega_s}} \quad (58)$$

と計算され、Fig. 3.10 に示す。ここで、 $g(\omega_p(t))$ はクーロン摩擦と Stribeck 効果を表し、

$$\tau_c \leq g(\omega_p(t)) \leq \tau_s \quad (59)$$

である。

本研究では、式(55)から、回転制御系の状態を

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta_p(t) \\ \omega_p(t) \end{bmatrix} \quad (60)$$

と選択し、出力を

$$y(t) = \begin{bmatrix} \theta_p(t) \\ \omega_p(t) \end{bmatrix} \quad (61)$$

と選ぶと、回転制御系の運動方程式が以下の状態方程式に変換する。

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_d d(x(t)), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \quad (62)$$

ただし、

$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{K_p^2}{J_p R_p} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_p}{J_p R_p} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad d(x(t)) = -\frac{\tau_{fp}}{J_p}. \end{cases}$$

明らかに、 (A, B) は可制御であり、 (C, A) は可観測である。 $d(x(t))$ は回転制御系に存在する Stribeck-type 非線形摩擦特性である。本研究では、その非線形摩擦特性を状態依存性外乱と見立て、等価入力外乱に基づく設計法により推定・

補償し、システムの制御性能を向上させる。

3.4.2 シミュレーション結果解析

回転制御系のシミュレーションを行い、等価入力外乱手法の有効性を検証する。本研究では、シミュレーションの作成は MATLAB/Simulink を用いて、回転制御系のシミュレータを構築する。

シミュレーションに用いた式(62)のパラメータは

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -311 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 31300 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (63)$$

である。式(56)-(58)の Stribeck-type 非線形摩擦の物理パラメータは Table 3.3 に示す。

式(13)のパラメータは

$$T = 0.001 \text{ s} \quad (64)$$

と選び、

式(46)のパラメータは

$$Q_L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2.8 \end{bmatrix}, \quad R_L = I_2, \quad \rho = 10^5 \quad (65)$$

と選び、MATLAB の関数 lqr, eig と norm を使って、状態オブザーバゲイン L を

$$L = \begin{bmatrix} 316.23 & 0.33 \\ 0.33 & 302.78 \end{bmatrix} \quad (66)$$

と求め、 $A - LC$ の固有値は $-316.23, -613.78$ になり、

$$\|G_L F\|_{\infty} = 0.6759 < 1 \quad (67)$$

Table 3.3: Physics parameters of Stribeck-type nonlinearity.

| 定義 | 値 |
|----------------------------|---|
| クーロン摩擦トルク(τ_c) | $5.88 \times 10^{-5} \text{ N}\cdot\text{m}$ |
| 静止摩擦トルク(τ_s) | $1.176 \times 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}$ |
| Stribeck 角速度(ω_s) | 0.001 rad/s |
| 剛毛のバネ係数(σ_0) | 0.0588 N/m |
| 剛毛のダンパ係数(σ_1) | $2.16 \times 10^{-3} \text{ kg/s}$ |
| 粘性摩擦係数(σ_2) | 0 kg/s |

が得られる。したがって、定理 1 の安定条件 1), 2), 3)が満たされ、等価入力外乱手法に基づいた回転制御系は安定である。

等価入力外乱手法に基づき、**Stribeck-type** 非線形摩擦を補償するために用いた回転制御系の **Simulink** のモデルと、システムの状態に依存する **Stribeck-type** 非線形摩擦のモデルと、シミュレーションを実行するための **m** ファイルを「付録 1」に示す。

シミュレーション結果は Fig. 3.11-Fig. 3.13 に示す。回転制御系の入力には Fig. 3.11 に示すステップ信号に設定した。Fig. 3.13 に示すのは、回転制御系に存在する **Stribeck-type** 非線形摩擦特性及び等価入力外乱手法により推定された非線形補償成分である。本研究では、3つの異なる条件（系の状態に依存する非線形摩擦がない場合と、補償を使わず状態に依存する非線形摩擦がある場合と、状態に依存する非線形摩擦があるかつ等価入力外乱手法を用いる場合）に関するシミュレーション結果を Fig. 3.12 に示す。Fig. 3.12 に示すように、補償を使わず **Stribeck-type** 非線形摩擦が存在する時のモータの回転角度・速度は、その摩擦が存在しない時のモータの回転角度・速度と比べ、低くなっていた。また、**Stribeck** 効果はシステムの出力の過渡特性を変化させたことも Fig. 3.12（青線）から分かる。次に、等価入力外乱手法を用いて補償を行った場合、モータの回転角度・速度はもとの回転角度・速度に回復し、ほぼ完全に **Stribeck-type** 非線形摩擦を補償した（Fig. 3.12 の赤線）。この結果により、本研究で提案した等価入力外乱手法は系の状態に依存する非線形特性を補償することができる事が分かる。

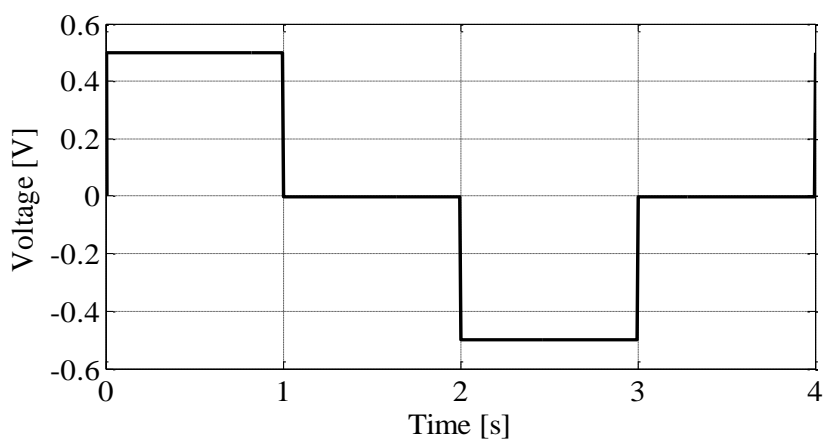


Fig. 3.11: Input of rotational control system.

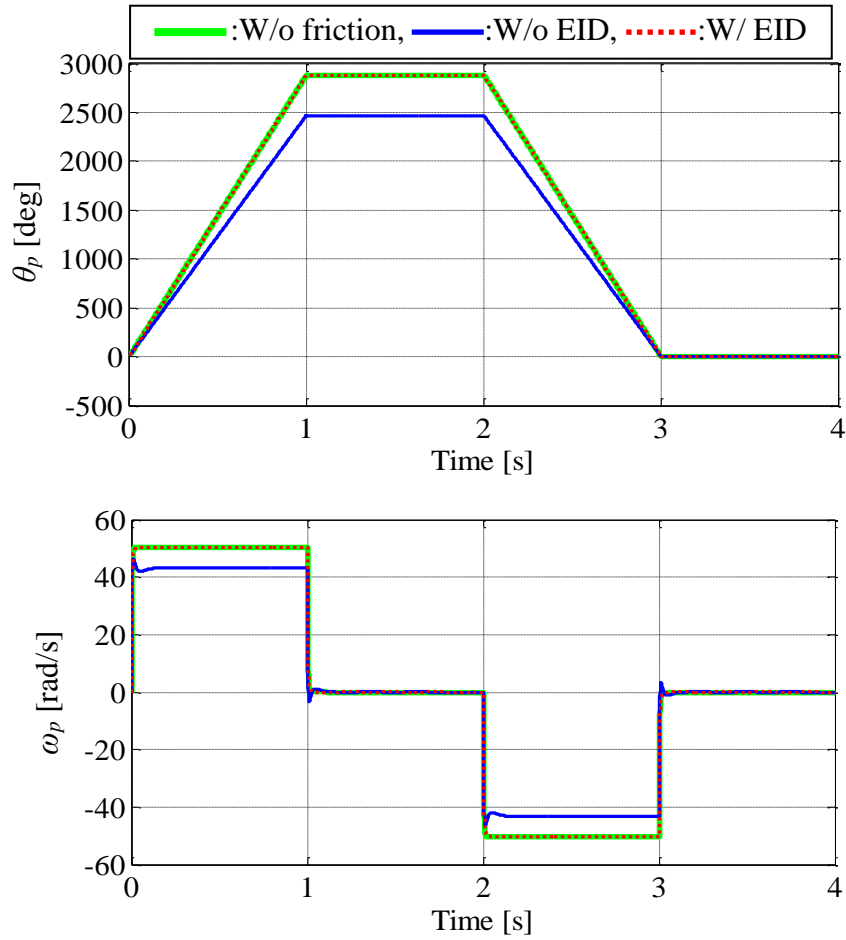


Fig. 3.12: Compensation effect on output (green line: plant without nonlinear friction; blue line: plant with nonlinear friction and without EID compensation; and red dotted line: plant with nonlinear friction and with EID compensation).

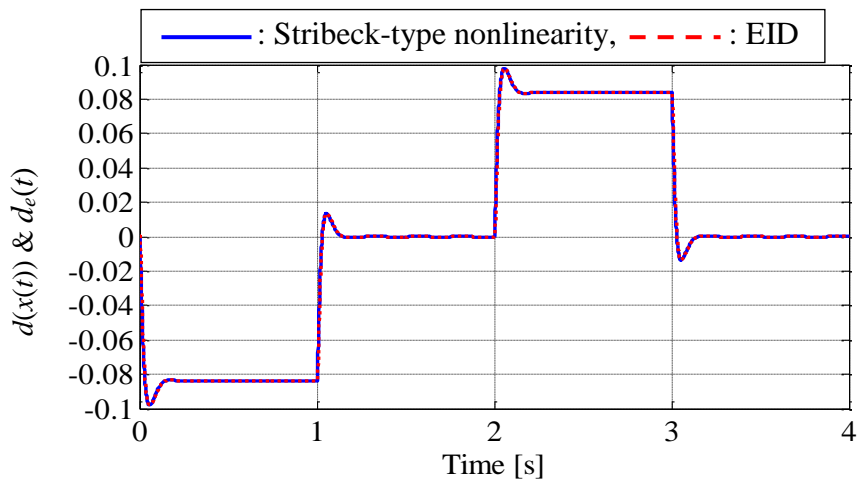


Fig. 3.13: Stribeck-type nonlinearity and EID.

等価入力外乱に基づく非線形特性の推定・補償法は、非線形特性に対して統一した枠組みで取り扱うことができる。したがって、本研究では系の入力に依存する非線形特性についても、シミュレーション検証を行い、等価入力外乱手法の有効性を明らかにする。

回転制御系の入力は Fig. 3.14 に示す矩形波に設定した。式(22)における入力に依存する不感帯のパラメータは

$$b_l = -0.1, \quad b_r = 0.1 \quad (68)$$

とし、Fig. 3.15 の青線に示す。Fig. 3.15 の赤線に示すのは、等価入力外乱手法により推定された非線形補償成分である。明らかに、等価入力外乱の推定精度が非常に高い。シミュレーションの出力結果は Fig. 3.16 に示す。Fig. 3.16 に示すように、補償を使わず非線形特性が存在する時のモータの回転角度・速度は、その非線形特性が存在しない時のモータの回転角度・速度と比べ、

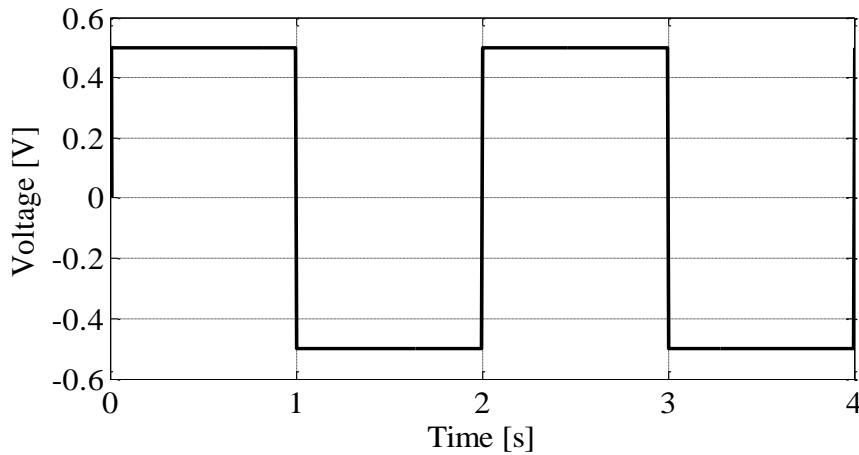


Fig. 3.14: Input of rotational control system.

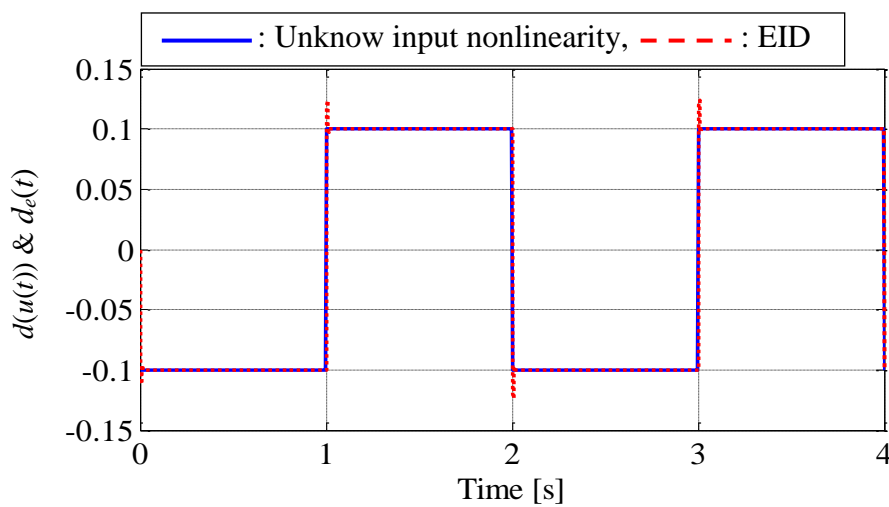


Fig. 3.15: Unknown input nonlinearity and EID.

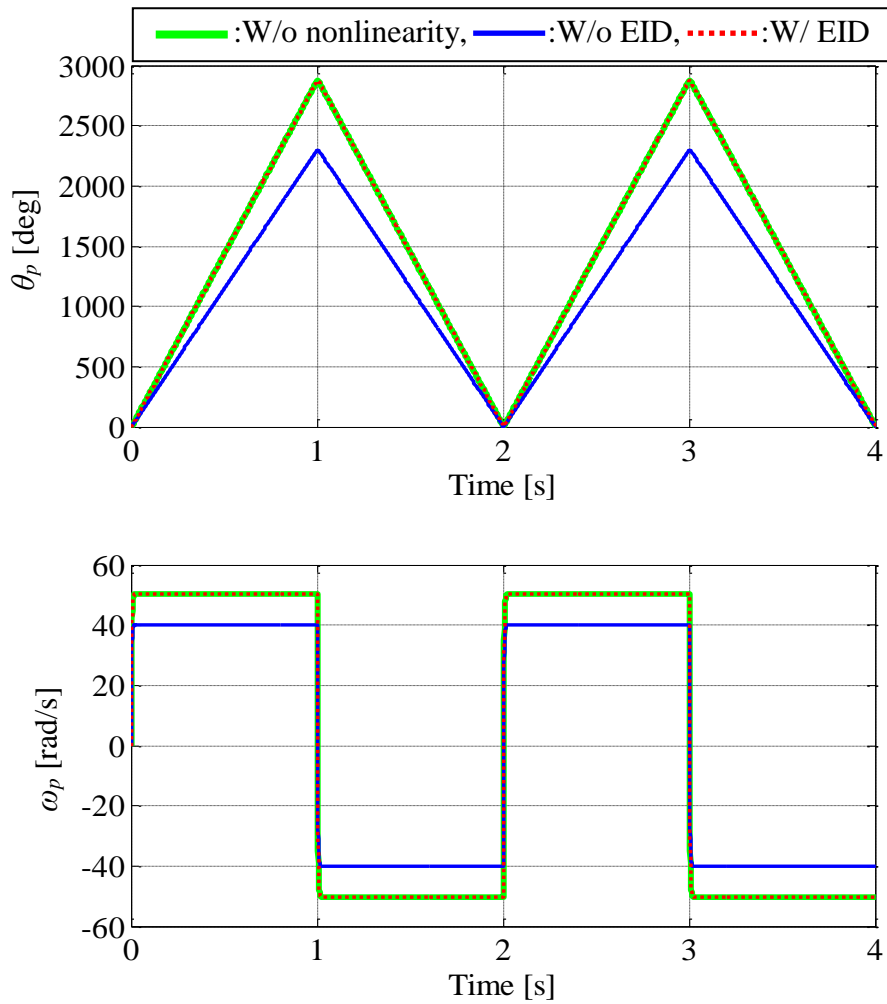


Fig. 3.16: Compensation effect on output (green line: plant without unknown input nonlinearity; blue line: plant with unknown input nonlinearity and without EID compensation; and red dotted line: plant with unknown input nonlinearity and with EID compensation).

低くなっていた。しかし、等価入力外乱手法を用いて補償を行った場合、モータの回転角度・速度はもとの回転角度・速度に回復し、非線形特性が出力に及ぼす影響をほぼ完全に抑制した。この結果により、本研究で提案した等価入力外乱手法は系の入力に依存する非線形特性を補償することができることが分かる。

以下では、等価入力外乱にあるローパスフィルタの特性と非線形補償精度との関係を検討する。それを簡単にするために、状態オブザーバが式(66)のように適切に設計されていることを前提とし、ローパスフィルタの時定数 T だけに注目する。

まず、ファーストフーリエ変換を用いて、

$$y_D(t) = y_s(t) - y_N(t) \quad (69)$$

に対するスペクトル解析を行う。ただし、 $y_s(t)$ と $y_N(t)$ はそれぞれ非線形特性がシステムに存在するとき及び存在しないときのシステムの出力である。 $y_D(t)$ は非線形特性が出力への影響であり、式(54)を満たす。

次に、等価入力外乱手法を用いない場合、 $y_D(t)$ に対するスペクトル解析の結果を Fig. 3.17 に示す。その結果に示すように、特に低角周波数帯域[0 12] rad/s における影響が大きいことが分かる。したがって、非線形特性を補償するための最高角周波数 ω_r を 12 rad/s に選定する。

そして、等価入力外乱手法を用いて、[0.1 0.001] s の範囲でローパスフィルタの時定数 T を変更し、システムに存在する非線形特性を補償する。まず、

$$T = 0.1 \text{ s} \tag{70}$$

と選定するとき、ローパスフィルタのカットオフ角周波数 ω_c は

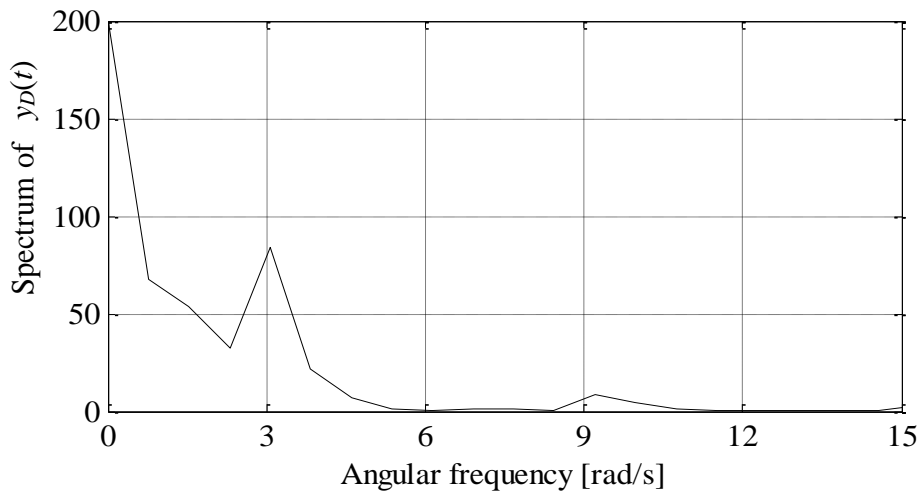


Fig. 3.17: Spectrum of $y_D(t)$ for nonlinearity and without compensation.

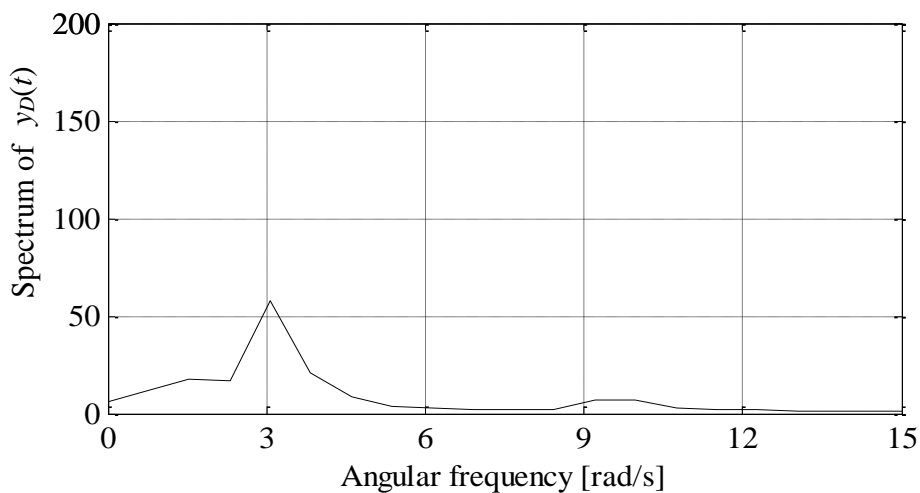


Fig. 3.18: Spectrum of $y_D(t)$ for $T = 0.1 \text{ s}$.

$$\omega_c = \frac{1}{T} = 10 \text{ rad/s} \quad (71)$$

であり、 $y_D(t)$ に対するスペクトル解析の結果を Fig. 3.18 に示す。Fig. 3.18 より、角周波数 2 rad/s 以下における非線形成分が主に補償されることが分かる。このとき、出力に対する非線形特性の影響は、等価入力外乱補償器を用いない場合の 29%まで低く抑えられた。次に、

$$T = 0.01 \text{ s} \quad (72)$$

に選択し、ローパスフィルタのカットオフ角周波数 ω_c は

$$\omega_c = \frac{1}{T} = 100 \text{ rad/s} \quad (73)$$

であり、等価入力外乱手法によるシミュレーションの結果を Fig. 3.19 に示す。

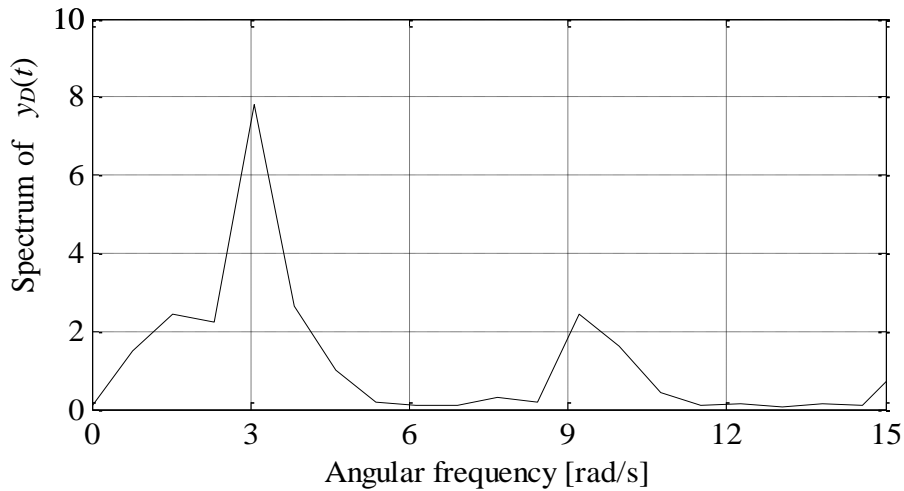


Fig. 3.19: Spectrum of $y_D(t)$ for $T = 0.01 \text{ s}$.

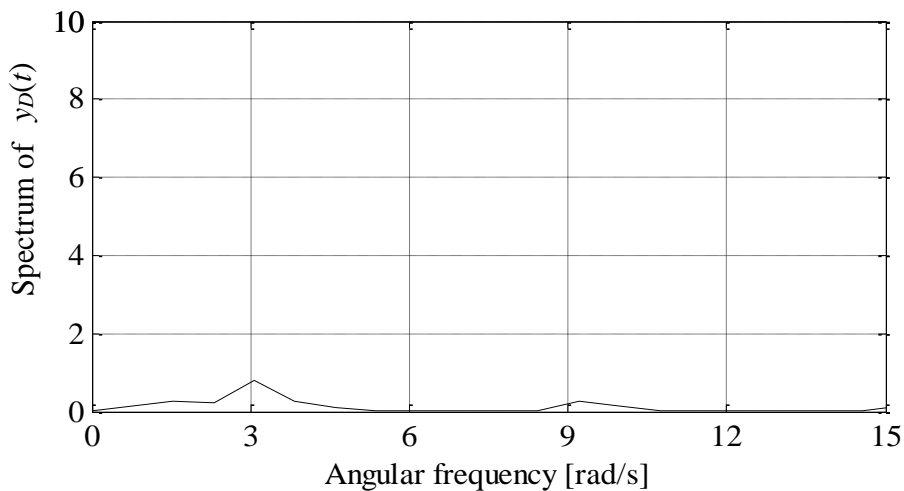


Fig. 3.20: Spectrum of $y_D(t)$ for $T = 0.001 \text{ s}$.

その結果と時定数 $T = 0.1 \text{ s}$ に選ぶ時の結果 (Fig. 3.18) と比べ、 $y_D(t)$ がかなり小さくなり、最高角周波数 $\omega_r = 12 \text{ rad/s}$ 以下における非線形成分が主に補償されることが分かる。このとき、出力に対する非線形特性の影響は、等価入力外乱補償器を用いない場合の4%まで低く抑えられた。本研究では、ローパスフィルタの時定数 T と非線形補償精度との関係を検証するために、さらに、

$$T = 0.001 \text{ s} \quad (74)$$

に選び、 $y_D(t)$ に対するスペクトル解析の結果を Fig. 3.20 に示す。Fig. 3.20 より、 $y_D(t)$ がほとんどなくなり、等価入力外乱手法により系に存在する非線形特性がほぼ完全に補償され、出力に対する非線形特性の影響は、等価入力外乱補償器を用いない場合の0.4%まで低く抑えられたことが分かる。

上記の説明を要約すると、等価入力外乱にあるローパスフィルタの時定数 T より、システムに存在する非線形特性の補償精度を調整することができ、時定数 T が小さくすると、式(53)が小さくなり、すなわち、非線形特性が出力への影響を抑えることができる。

3.5 回転制御系の実験検証

本節では、回転制御系の実験装置の構成と、LabVIEW のコンパクト RIO により、実験システムのプログラム及び実験結果について説明する。

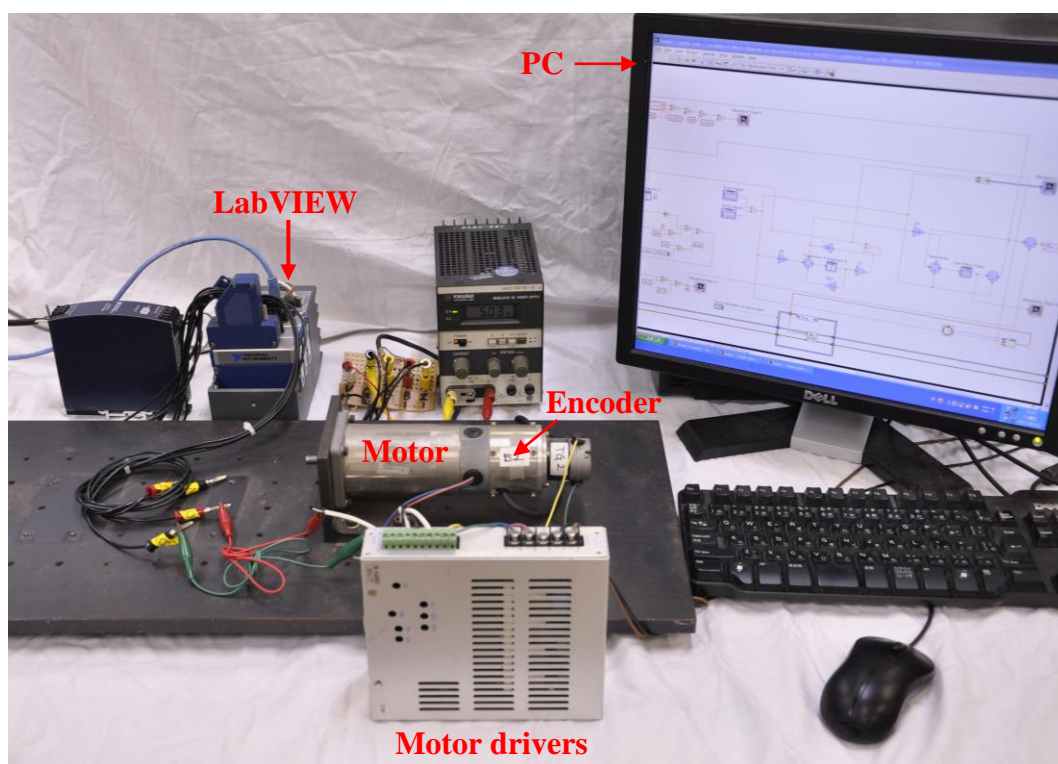


Fig. 3.21: Experiment of rotational control system.

3.5.1 実験システムの構成

本研究で使用するモータの回転角度と回転速度はエンコーダより出力され、LabVIEW を用いて測定と制御を行う。本実験の開発環境の説明を「付録 2」に示す。

Fig. 3.21 に示すのは、本実験システムである。制御用パソコンと LabVIEW は LAN を用いて相互通信を行った。制御用パソコンでコンパイルしたプログラムを送ると、LabVIEW の出力がドライバに指令を送信し、モータが回転し始める。モータに取り付けたエンコーダは回転情報を収集し、LabVIEW に送信する。これによりリアルタイムの測定と制御を行った。LabVIEW で作成したプログラムの説明を「付録 2」に示す。

3.5.2 実験結果

本節では、回転制御系の実験結果について説明する。

システムの入力は Fig. 3.22 に示すステップ信号に設定した。出力は回転角度と回転速度とし、回転制御系に Stribeck-type 非線形摩擦が存在しない場合と、補償を使わず非線形摩擦が存在する場合と、非線形摩擦が存在しかつ等価入力外乱手法を使う場合の出力結果を Fig. 3.23 に示す。Fig. 3.24 に示すのは、システムに存在する Stribeck-type 非線形摩擦及び等価入力外乱手法により推定された非線形補償成分である。Fig. 3.23 に示すように、まず、等価入力外乱手法を使わず Stribeck-type 非線形摩擦がシステムに存在する時のモータの回転角度・速度は（青線），Stribeck-type 非線形摩擦がシステムに存在しない時のモータの回転角度・速度（緑線）と比べ、低くなっていた。また、Stribeck 効果は対象とする物体が静止している状態から動作し始めた直後に、摩擦が一時的に減少するという動的な現象であるため、システムの入力の過

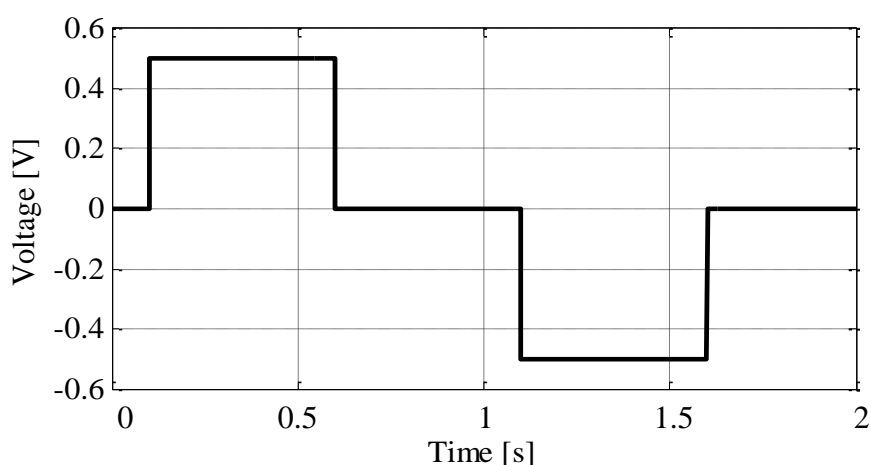


Fig. 3.22: Input of rotational control system.

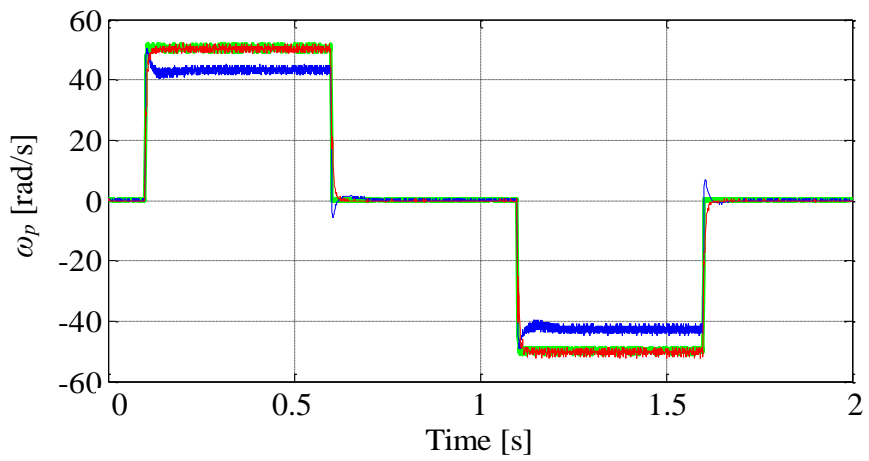
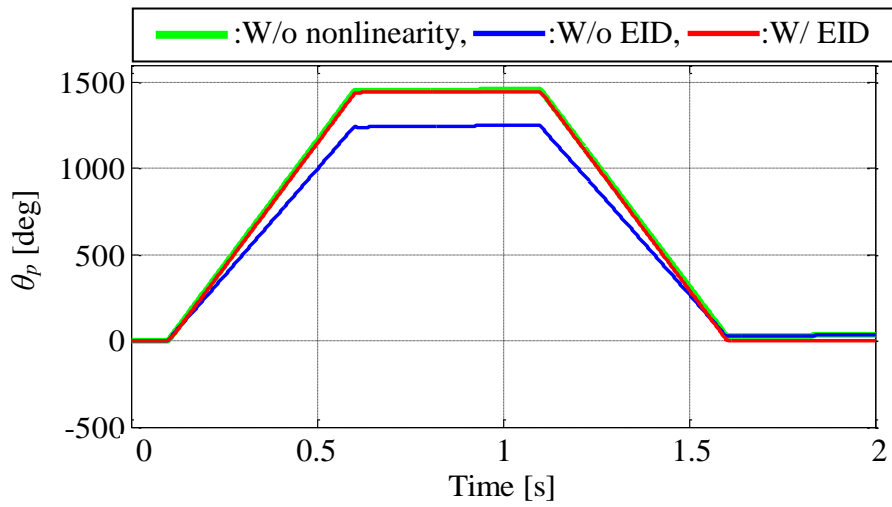


Fig. 3.23: Output of rotational control system.

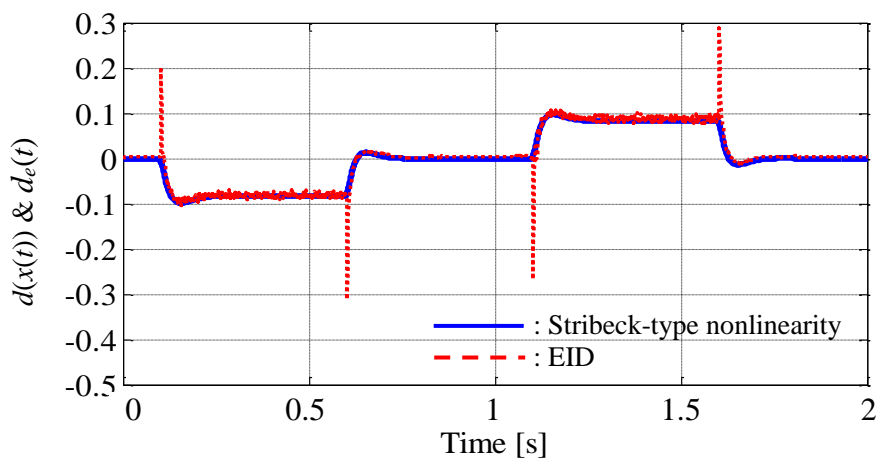


Fig. 3.24: Stribeck-type nonlinearity and EID.

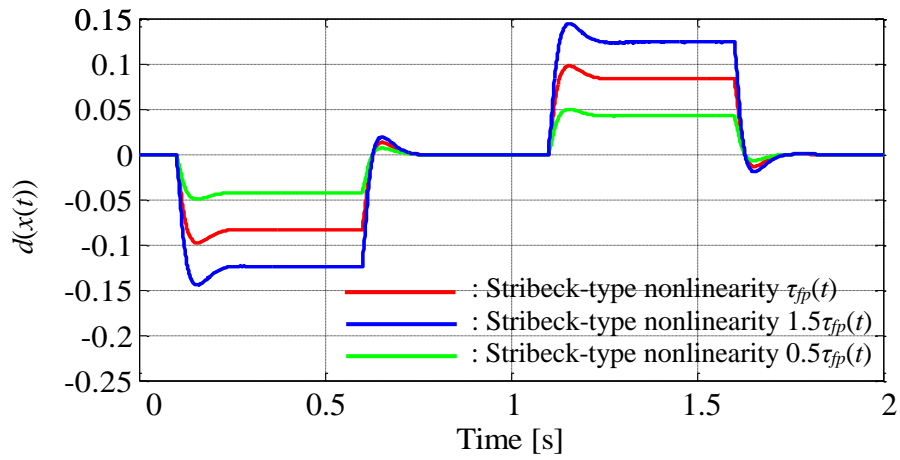


Fig. 3.25: Change of nonlinearities between $0.5\tau_{fp}(t)$ and $1.5\tau_{fp}(t)$.

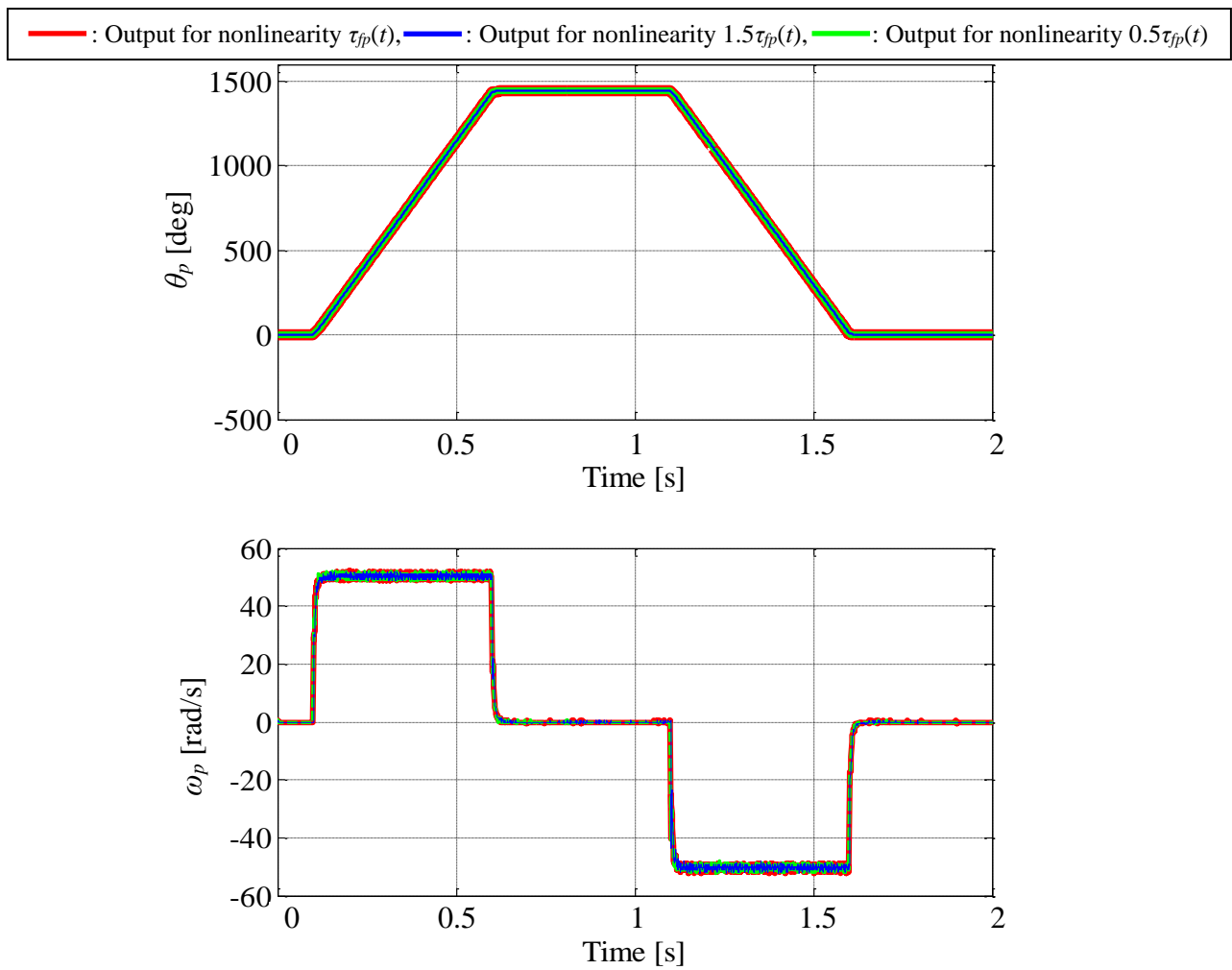


Fig. 3.26: Verification of robustness for nonlinearities between $0.5\tau_{fp}(t)$ and $1.5\tau_{fp}(t)$.

渡特性を変化させたことも Fig. 3.23 (青線) から分かる。次に、等価入力外乱手法により推定された非線形補償成分を制御入力チャンネルに印加し、ほぼ完全に **Stribeck-type** 非線形摩擦を補償し、システムの制御性能を向上させたことが Fig. 3.23 (赤線) から分かる。この結果により、本研究で提案した等価入力外乱に基づく非線形特性の推定・補償法の有用性を確認することができた。

【備考】 Fig. 3.24 において、非線形摩擦トルクが発生した瞬間、その推定値 (赤線) に一瞬大きなオーバーシュートが発生し、その後、すぐ収束する様子が分かる。収束を速くすると、オーバーシュートも大きくなる。

最後、設計されたシステムに存在する **Stribeck-type** 非線形摩擦の変動を用いて実験を行った。Fig. 3.26 に示すのは、**Stribeck-type** 非線形摩擦がその公称値よりも 50% 小さい (または大きい) 場合 (Fig. 3.25) の出力結果である。明らかに、Fig. 3.26 では等価入力外乱手法に基づく回転制御系は **Stribeck-type** 非線形摩擦の変動がある場合にも安定しており、本研究で提案した等価入力外乱に基づく非線形特性の推定・補償法のロバスト性を確認することができた。

第4章 低次元オブザーバに基づく非線形特性の推定と補償

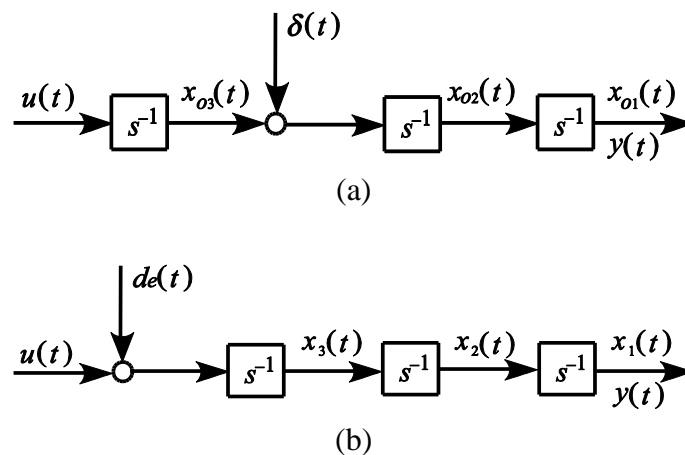
前章では、同一次元オブザーバを用いて等価入力外乱手法による非線形特性の推定・補償を行う手法を説明し、その有効性を示した。一方、制御対象の次数が高い場合、オブザーバの次数も高くなる。それにより、計算コストは高くなるだけでなく、制御のリアルタイム性を保証することは難しくなる場合もある。そのため、システムの構造を吟味し、低次元オブザーバを設計し、それをを用いて等価入力外乱を推定することにより、非線形特性の推定・補償を行うことは大きな意味を持つ。

本章では、等価入力外乱を推定する低次元状態オブザーバについて検討する。まず、低次元オブザーバを用いて等価入力外乱が推定できる条件を明らかにし、次に、低次元オブザーバに基づく等価入力外乱推定・補償器の設計法を示す。最後に、回転制御システムを例に、シミュレーションと実験を通して、本章で提案する手法を検証し、低次元オブザーバを利用した等価入力外乱の推定・抑制効果を示し、また、その外乱推定・抑制効果は同一次元オブザーバのものとはほぼ同等であることを示す。

4.1 低次元オブザーバによる等価入力外乱の推定可能条件とその構造

等価入力外乱を推定する場合、低次元オブザーバ[49], [78]が用いられる条件を導出するために、まず、以下の例を考える。

Fig. 4.1 において、制御入力と外乱をそれぞれ



(a) Original plant. (b) Plant with EID.

Fig. 4.1: Observation of the effects of disturbance and EID.

$$u(t) = \sin \omega_u t, \quad \delta(t) = \sin \omega_d t \quad (75)$$

とする。このとき、元の制御対象は、

$$\begin{cases} x_{o3}(t) = -\frac{1}{\omega_u} \cos \omega_u t, \\ x_{o2}(t) = -\frac{1}{\omega_u^2} \sin \omega_u t - \frac{1}{\omega_d} \cos \omega_d t, \\ x_{o1}(t) = y(t) = \frac{1}{\omega_u^3} \cos \omega_u t - \frac{1}{\omega_d^2} \sin \omega_d t \end{cases} \quad (76)$$

であり、また、等価入力外乱を持つ制御対象は、

$$\begin{cases} x_3(t) = -\frac{1}{\omega_u} \cos \omega_u t + \sin \omega_d t, \\ x_2(t) = -\frac{1}{\omega_u^2} \sin \omega_u t - \frac{1}{\omega_d} \cos \omega_d t, \\ x_1(t) = y(t) = \frac{1}{\omega_u^3} \cos \omega_u t - \frac{1}{\omega_d^2} \sin \omega_d t \end{cases} \quad (77)$$

となる。

式(76)と(77)より、等価入力外乱を持つ制御対象の状態 $x_2(t)$ は、元の制御対象の状態 $x_{o2}(t)$ と同じであることに注意した。したがって、Fig. 4.1 (a) は、2つのサブシステムに分けることができる (Fig. 4.2) : 外乱の影響を直接に受けないサブシステムと直接に受けるサブシステムである。さらに、外乱に直接に作用されるサブシステムは外乱に直接に作用されないサブシステムの影響を受けない。

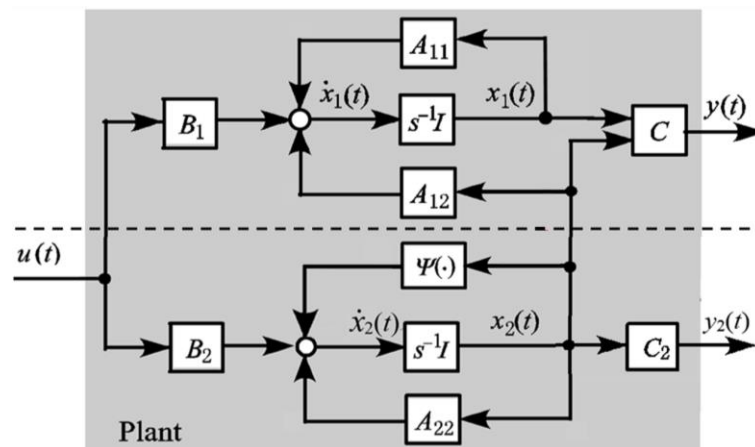


Fig. 4.2: Original plant.

上述の構築方法によれば、式(31)は2つのサブシステム

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} B_{d1} \\ B_{d2} \end{bmatrix} d(x_2(t)) \quad (78)$$

に分ける場合,

$$B_{d1} = 0, \quad (79)$$

$$A_{21} = 0 \quad (80)$$

となる。ここで、式(79)は外乱の影響を直接に受けるサブシステムを用い、十分に等価入力外乱を推定できることを意味する。もし $A_{21} \neq 0$ ならば、等価入力外乱手法により推定された等価入力外乱補償成分に状態 $x_1(t)$ の情報が含まれ、外乱補償成分だけを分離することは不可能である。式(80)は、それを避けることを意味する。したがって、式(79)と(80)は低次元オブザーバを用いて等価入力外乱を推定する条件として、本研究では、サブシステム

$$\dot{x}_2(t) = A_{22}x_2(t) + B_2u(t) + B_{d2}d(x_2(t)) \quad (81)$$

をシステムの状態方程式とし、

$$y_2(t) = C_2x_2(t) \quad (82)$$

をシステムの出力方程式とする。式(81)と(82)については、以下の仮定がある。

【仮定 2】 (C_2, A_{22}) は可観測である。

そして、入力 $u(t)$ と出力 $y_2(t)$ を用い、Fig. 4.2 の低次元オブザーバを以下のように構築することができる。

$$\dot{\hat{x}}_2(t) = (A_{22} - LC_2)\hat{x}_2(t) + Ly_2(t) + B_2u(t), \quad (83)$$

ただし、 L は低次元オブザーバゲインである。

4.2 低次元オブザーバに基づく等価入力外乱の推定

低次元オブザーバに基づいた推定・補償器の構成を Fig. 4.3 に示す。その推定・補償器において、制御対象と、低次元オブザーバ及び等価入力外乱推定器が含まれ、まず、制御対象のサブシステム(81)の線形部分システムの状態オ

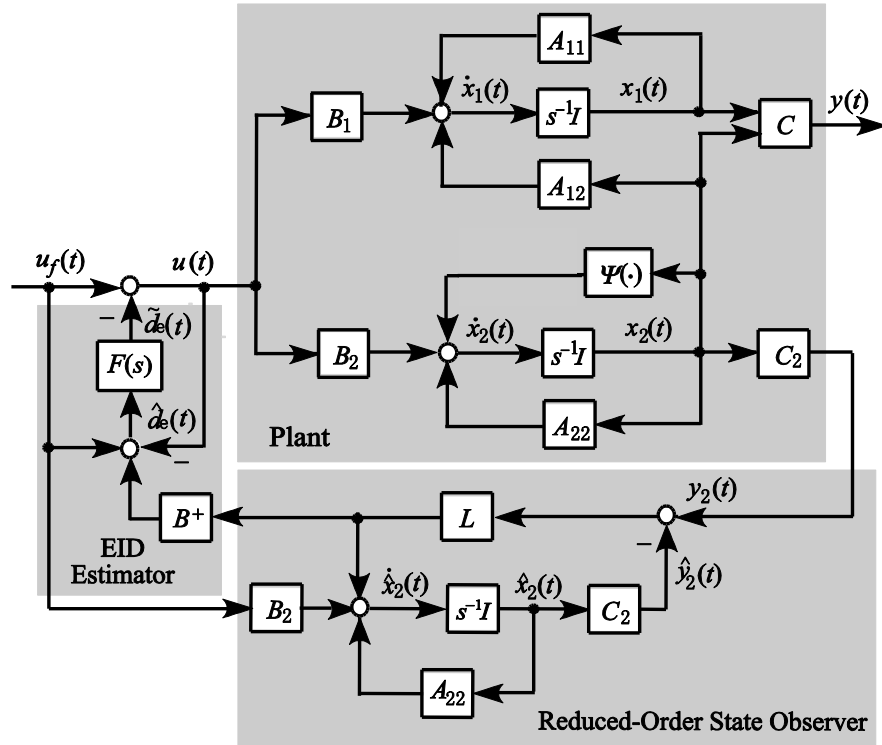


Fig. 4.3: Configuration of EID-based nonlinear compensator.

ブザーバを構築し，状態オブザーバにより推定された線形部分システムの情報

$$\dot{\hat{x}}_2(t) = (A_{22} - LC_2)\hat{x}_2(t) + LC_2x_2(t) + B_2u_f(t) \quad (84)$$

を生かす。

次に，制御対象(2)の状態 $x_2(t)$ 及び等価入力外乱の真値 $d_e(t)$ について

$$\dot{x}_2(t) = A_{22}x_2(t) + B_2[u(t) + d_e(t)] \quad (85)$$

が成り立つ。ここで，

$$\Delta x_2(t) = \hat{x}_2(t) - x_2(t) \quad (86)$$

と分解し，それを式(85)に代入して整理すると，

$$\dot{\hat{x}}_2(t) = A_{22}\hat{x}_2(t) + B_2u(t) + B_2d_e(t) + [\Delta\dot{x}_2(t) - A_{22}\Delta x_2(t)] \quad (87)$$

を得る。

一方，状態 $\Delta x_2(t)$ を生成する制御入力 $\Delta d_e(t)$ が存在すると仮定し，以下を満たす。

$$\Delta\dot{x}_2(t) = A_{22}\Delta x_2(t) + B_2\Delta d_e(t). \quad (88)$$

上式を式(87)に代入し，等価入力外乱の推定値を

$$\hat{d}_e(t) = d_e(t) + \Delta d_e(t) \quad (89)$$

として整理すると,

$$\dot{\hat{x}}_2(t) = A_{22}\hat{x}_2(t) + B_2[u(t) + \hat{d}_e(t)] \quad (90)$$

を得る。式(89)と(90)は, 等価入力外乱をもつ制御対象の状態を常に状態オブザーバの状態と同じく, $\hat{x}_2(t)$ とした場合, 実状態との差は等価入力外乱の推定誤差に帰着できることを意味する。

式(84)と(90)より

$$\hat{d}_e(t) = B^+ LC_2[x_2(t) - \hat{x}_2(t)] + u_f(t) - u(t) \quad (91)$$

が得られる。ただし,

$$B^+ := (B_2^T B_2)^{-1} B_2^T.$$

さらに, 本研究では, 1次ローパスフィルタ

$$F(s) = \frac{1}{Ts + 1} \quad (92)$$

を使用し, 外乱推定の角周波数帯域を選択することにより, 高い角周波数帯域におけるノイズを除去し, 推定精度を確保する。ただし, T はローパスフィルタの時定数である。従って, 最終的に得られる等価入力外乱の推定値 $\tilde{d}_e(t)$ は

$$\tilde{D}_e(s) = F(s)\hat{D}_e(s) \quad (93)$$

により与えられる。ただし, $\tilde{D}_e(s)$ と $\hat{D}_e(s)$ はそれぞれ信号 $\tilde{d}_e(t)$ と $\hat{d}_e(t)$ のラプラス変換である。

最後, 推定された等価入力外乱の推定値を制御入力チャンネルに印加し, 以下の制御則

$$u(t) = u_f(t) - \tilde{d}_e(t) \quad (94)$$

が得られ, システムに存在する非線形特性を補償し, 制御性能を向上させる。

4.3 低次元オブザーバに基づく等価入力外乱推定・補償器の設計

システムの安定性を保証し, 出力に対して, 等価入力外乱と非線形特性と同じ効果をもたらすために, 本節では, ローパスフィルタ及び低次元オブザーバについて設計する。

4.3.1 ローパスフィルタの設計

本研究では、ローパスフィルタの選定は式(92)とし、次式のように満たさなければならない。

$$|F(j\omega)| \approx 1, \quad \omega \in \Omega_r, \quad \Omega_r = \{\omega, \quad 0 \leq \omega \leq \omega_r\}. \quad (95)$$

式(95)において、 ω_r は非線形特性を補償するための最高角周波数であり、 Ω_r は対応する角周波数帯域である。

ローパスフィルタ $F(s)$ のカットオフ角周波数 ω_c は

$$\omega_c = (5 \sim 10)\omega_r \quad (96)$$

と選定し、時定数 T との関係は

$$T = \frac{1}{\omega_c} = \frac{1}{5 \sim 10} \frac{1}{\omega_r} \quad (97)$$

である。

4.3.2 低次元オブザーバの設計

式(86)と(94)より、式(91)が

$$\hat{d}_e(t) = -B^+ LC_2 \Delta x_2(t) + \tilde{d}_e(t) \quad (98)$$

となる。式(84), (85), (86)と(94)より、

$$\Delta \dot{x}_2(t) = (A_{22} - LC_2) \Delta x_2(t) + B_2 [\tilde{d}_e(t) - d_e(t)] \quad (99)$$

が得られる。式(98)と(99)より、

$$\hat{D}_e(s) = B^+ LC_2 H(s) [\tilde{D}_e(s) - D_e(s)] + \tilde{D}_e(s) \quad (100)$$

を得る。ただし、

$$H(s) = -[sI - (A_{22} - LC_2)]^{-1} B_2.$$

システムの安定性を考える場合、 $u_f(t) = 0$ とおき、式(94)は、

$$U(s) = -\tilde{D}_e(s) \quad (101)$$

となる。式(2)より、

$$Y(s) = P(s)[U(s) + D_e(s)] \quad (102)$$

である。ただし、

$$P(s) = C(sI - A)^{-1} B.$$

式(93), (100), (101)と(102)より、 $d_e(t)$ から $y(t)$ までの伝達関数が

$$G_{yd}(s) = [I - F(s)G_L(s)]^{-1} [I - F(s)]P(s) \quad (103)$$

で与えられる。ここで,

$$G_L(s) = B^+ (sI - A_{22}) [sI - (A_{22} - LC_2)]^{-1} B_2,$$

ただし, 式(103)により, $d_e(t)$ が有界であり, $[I - F(s)]P(s)$ が不安定な極を持たないことが分かる。したがって, システムのBIBO (有界入力有界出力) 安定性を保証するために, $[I - F(s)G_L(s)]^{-1}$ が不安定な極を持たなければよい。そのため, 系が安定となる十分条件は

$$\|G_L F\|_\infty < 1 \quad (104)$$

となる。ただし, $\|G_L\|_\infty := \sup_{0 \leq \omega < \infty} \sigma_{\max}[G_L(j\omega)]$ と $\sigma_{\max}(G_L)$ は G_L の最大特異値を意味する。

一方, ローパスフィルタ $F(s)$ は式(95)と選ぶことが望ましい。そのため, 式(104)を満たすようなオブザーバのゲイン L は

$$|G_L(j\omega)| < \frac{1}{|F(j\omega)|}, \quad \forall \omega \in [0, +\infty) \quad (105)$$

を満たすように選ばばよい。ここで, システム

$$\begin{cases} \dot{x}_L(t) = A_{22}^T x_L(t) + C_2^T u_L(t), \\ y_L(t) = B_2^T x_L(t) \end{cases} \quad (106)$$

を構築し, それに対して, 以下のようなスカラーパラメータ $\rho > 0$ を含む状態フィードバック

$$u_L(t) = L_\rho^T x_L(t) \quad (107)$$

を考える。もし (A_{22}, B_2, C_2) が最小位相系ならば,

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} [sI - (A_{22} - L_\rho C_2)]^{-1} B_2 = 0 \quad (108)$$

が成り立つ完全制御[76]-[77]を達成する L_ρ^T は存在することが知られている。ここで, $[sI - (A_{22} - L_\rho C_2)]^{-1} B_2$ は $G_L(s)$ の一部であることに注目すると, 十分に大きな ρ は, すべての $\omega \in \Omega_r$ に対して, $|G_L(j\omega)|$ を十分に小さくすることができる。したがって, 完全制御という概念に基づいて, 式(104)を満たす適切な $F(s)$ と L を求めることができる。

【備考】 式(103)は等価入力外乱 $d_e(t)$ から出力 $y(t)$ までの伝達関数であり, $[I - F(s)]$ を含むため, もし, システム (A_{22}, B_2, C_2) が最小位相系ならば, 式(95)と(108)により, 本研究で提案した低次元オブザーバに基づく等価入力外乱手法は外乱除去性能を保証することができる。分かる。

【定理 2】以下の条件が成立する場合、等価入力外乱手法に基づいた非線形補償システムが安定し、非線形特性を補償することができる。

- 1) 式(95)が成立する。
- 2) $A_{22} - LC_2$ が安定する。
- 3) 式(104)が成立する。

したがって、定理2の条件1)を満たす適切な T を選択すれば、以下の設計手順により、低次元オブザーバゲイン L を求めることができる。

低次元オブザーバゲイン設計アルゴリズム：

Step 1) 十分に大きなスカラー $\rho > 0$ を選択する。

Step 2) リッカチ方程式

$$A_{22}S + SA_{22}^T - SC_2^T R_L^{-1} C_2 S + \rho Q_L = 0 \quad (109)$$

を解く。ただし、重み係数 $Q_L > 0$, $R_L > 0$ である。

Step 3) 次の式を考える,

$$L = -SC_2^T R_L^{-1}. \quad (110)$$

Step 4) 式(104)が成立したら、計算を終える。成立しなければ、パラメータ ρ を増加して、Step 2)に戻る。

4.4 低次元オブザーバに基づくシミュレーション検証

本節では、いままで説明した低次元オブザーバに基づく等価入力外乱手法を回転制御系の角度・速度制御に適用し、その有効性を検証し、低次元オブザーバを利用した等価入力外乱の推定・抑制効果を示す。

シミュレーションに用いた回転制御系の状態方程式は「3.4.1 回転制御システム」で求めた状態方程式(62)であり、そのパラメータは

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -311 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 31300 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (111)$$

である。回転制御系に存在する Stribeck-type 非線形摩擦の式(56)-(58)の物理パラメータは Table 3.3 (「3.4.2 シミュレーション結果解析」)に示す。明らかに、式(111)は低次元オブザーバを用いて等価入力外乱を推定する条件(79)と(80)を満たす。したがって、サブシステム(81)のパラメータは

$$A_{22} = -311, \quad B_2 = 31300, \quad B_{d2} = 1 \quad (112)$$

であり, その出力方程式(82)のパラメータを

$$C_2 = 1 \quad (113)$$

に設定する。明らかに, (C_2, A_{22}) が可観測である。

式(92), (109)のパラメータは

$$\begin{cases} T = 0.001 \text{ s}, \\ Q_L = 2.8, \quad R_L = 1, \quad \rho = 100000 \end{cases} \quad (114)$$

と選び, MATLAB の関数 `lqr`, `eig` と `norm` を使って, 低次元オブザーバゲイン

$$L = 302.78 \quad (115)$$

と求め, $A_{22} - LC_2$ の固有値は -613.78 になり,

$$\|G_L F\|_\infty = 0.676 < 1 \quad (116)$$

が得られる。したがって, 定理 2 の安定条件 1), 2), 3)が満たされ, 等価入力外乱手法に基づいた回転制御系は安定である。

等価入力外乱手法に基づき, **Stribeck-type** 非線形摩擦を補償するために用いた回転制御系の **Simulink** のモデルを「付録 3」での Fig. 7 に示す。システムの状態に依存する **Stribeck-type** 非線形摩擦のモデルを「付録 1」での Fig. 2 に示す。シミュレーションを実行するための **m** ファイルを「付録 3」に示す。

システムの入力は Fig. 4.4 に示すステップ信号に設定した。Fig. 4.6 に示すのは, 回転制御系に存在する **Stribeck-type** 非線形摩擦及び等価入力外乱手法により推定された非線形補償成分である。明らかに, 低次元オブザーバを利用した等価入力外乱の推定精度が非常に高い。本研究では, 3つの異なる条件(制御対象に非線形摩擦が存在しない場合と, 補償を使わず非線形摩擦がシステムに存在する場合と, 非線形摩擦がシステムに存在しかつ等価入力外乱

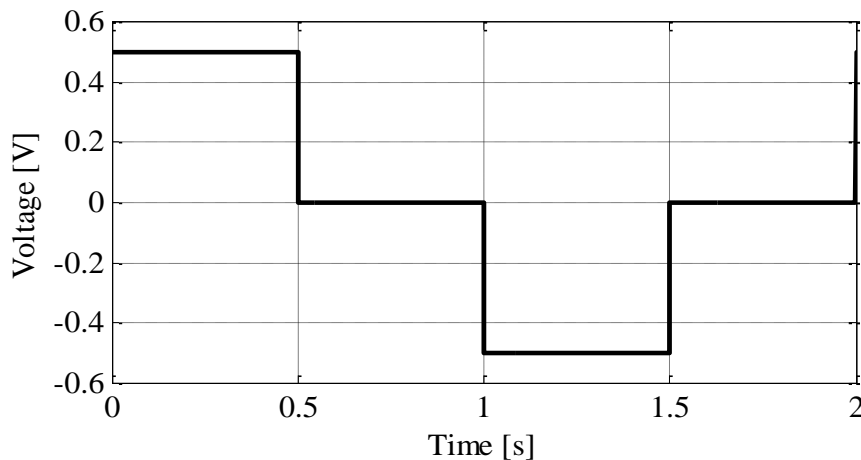


Fig. 4.4: Input of rotational control system.

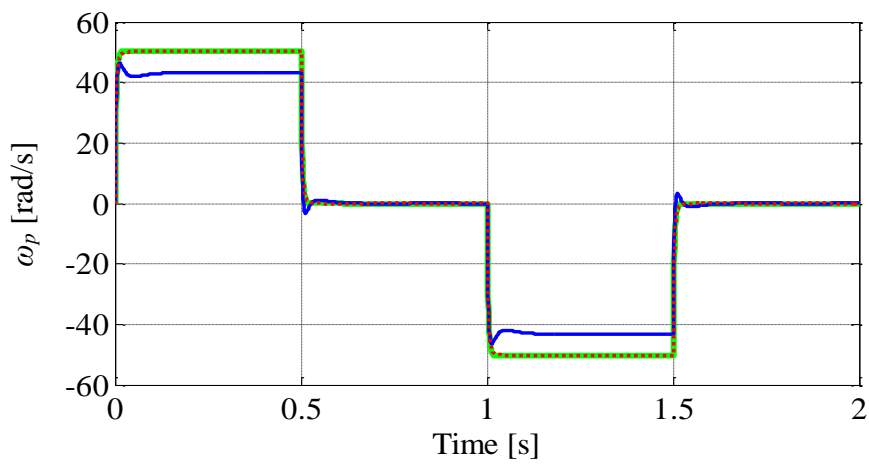
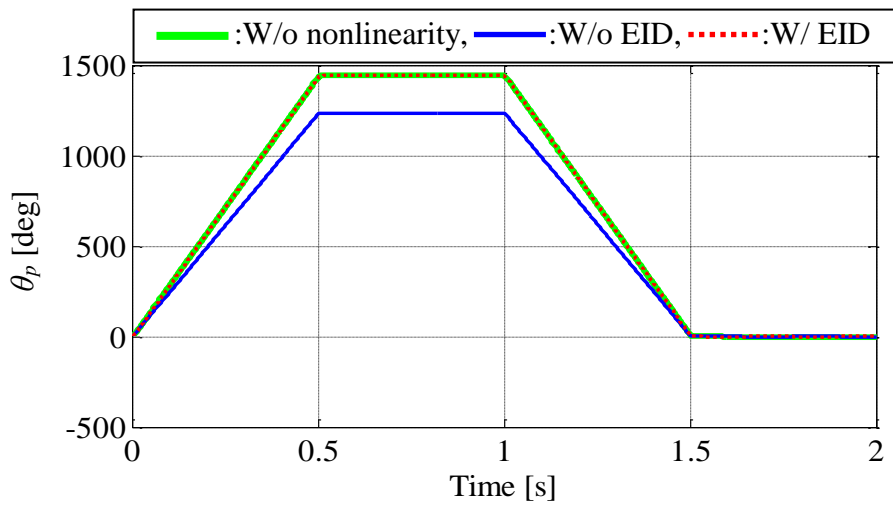


Fig. 4.5: Output of rotational control system.

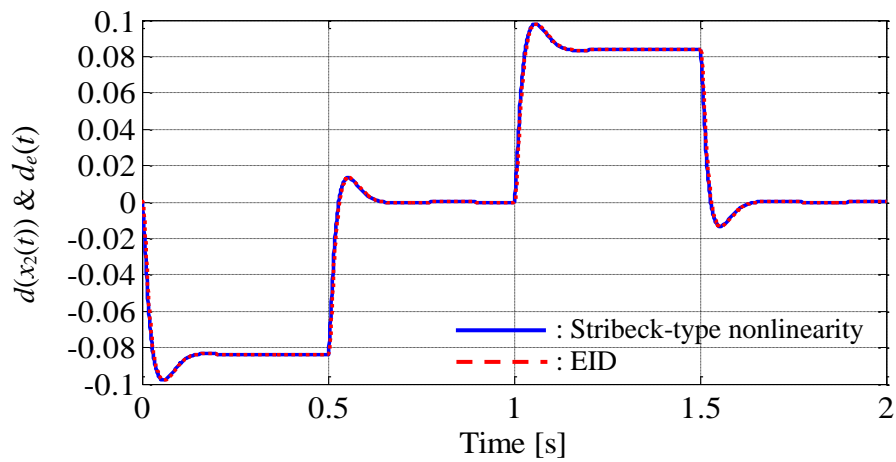


Fig. 4.6: Stribeck-type nonlinearity and EID.

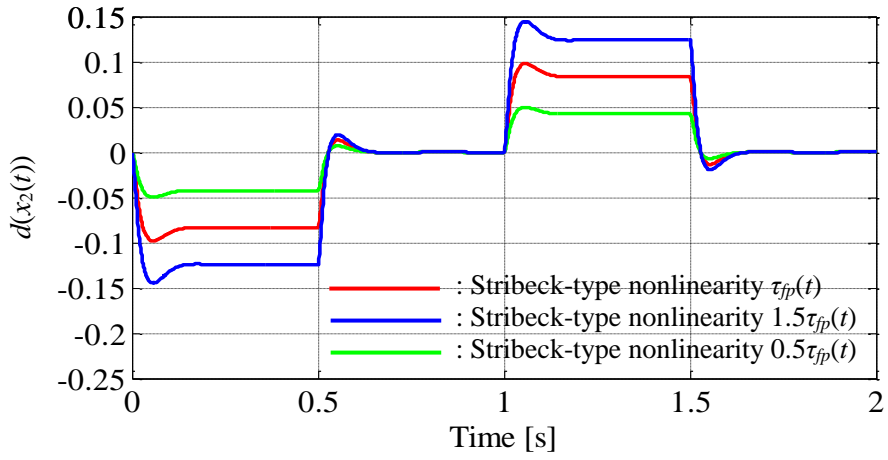


Fig. 4.7: Change of nonlinearities between $0.5\tau_{fp}(t)$ and $1.5\tau_{fp}(t)$.

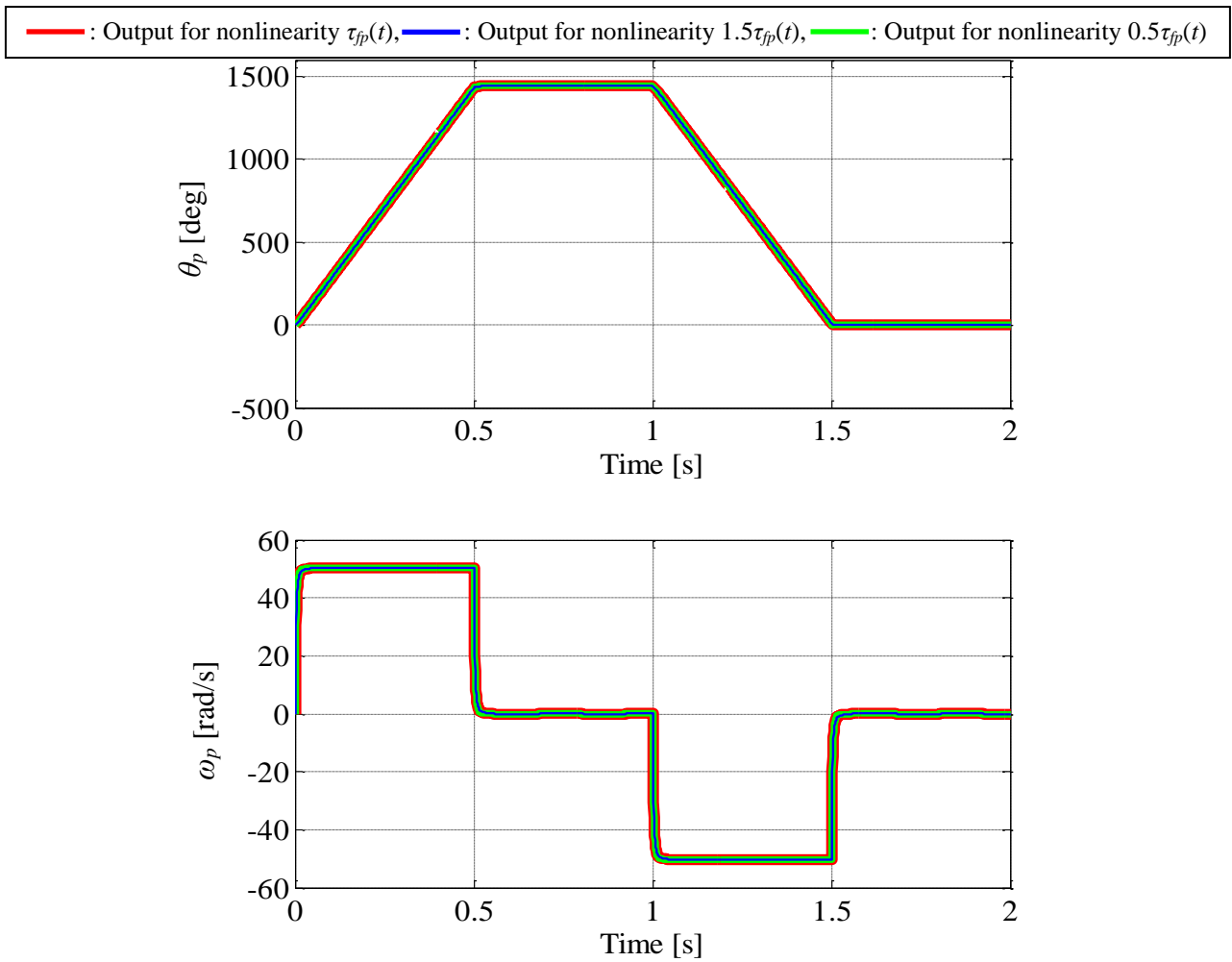


Fig. 4.8: Verification of robustness for nonlinearities between $0.5\tau_{fp}(t)$ and $1.5\tau_{fp}(t)$.

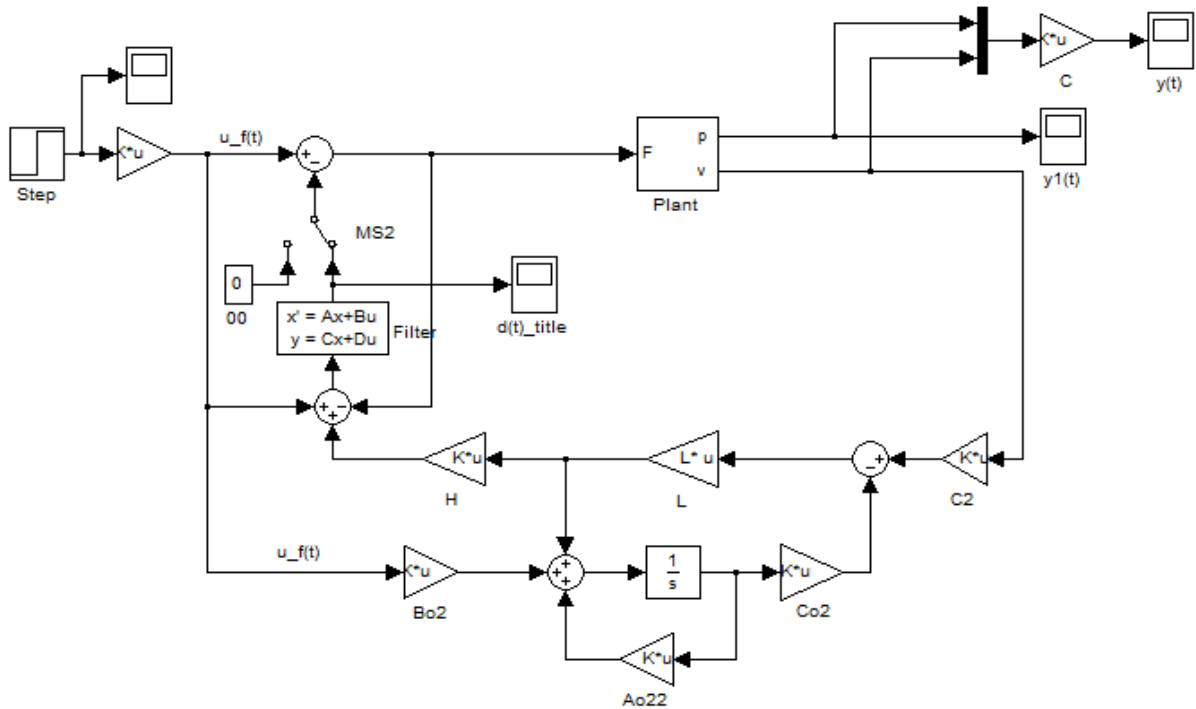


Fig. 4.10: EID-based nonlinearity-compensation system.

Fig. 4.9 に示すように、Ishikawa らは[2]、2 つの外乱オブザーバを用い、Stribeck-type 非線形摩擦補償問題を取り扱った。 \hat{F} は Stribeck-type 非線形摩擦の公称値の推定値で、 $\Delta\hat{F}$ は摩擦モデルのパラメータの変動分の推定値である。外乱オブザーバに基づいた非線形補償システムの設計パラメータは Table 4.1 に示す。一方、Fig. 4.10 に示すのは等価入力外乱手法を用いた非線形補償システムである。シミュレーションを実行するための m ファイルを「付録 4」に示す。

制御対象の状態変数・定数を Table 4.2 に示す。システムに存在する非線形摩擦は LuGre 摩擦モデルを用い表現する(Fig. 4.11)。まず、摩擦モデルのパラメータの変動がない場合、対象とする物体が静止している状態から動作し始

Table 4.1: Parameters of Dual-DOB based nonlinearity-compensation system.

| 定義 | 値 |
|-----------|-----------------------|
| ゲイン K_1 | 9.4248×10^2 |
| ゲイン K_2 | 1.7765×10^5 |
| ゲイン K_3 | -6.6974×10^6 |
| ゲイン f_1 | 2.3687×10^4 |
| ゲイン f_2 | 2.639×10^2 |

Table 4.2: Parameters and variables of plant.

| 定義 | 値 |
|------------------------|-------------|
| クーロン摩擦力(F_c) | 2.94 N |
| 静止摩擦力(F_s) | 5.88 N |
| Stribeck 速度(v_s) | 0.001 rad/s |
| 剛毛のバネ係数(σ_0) | 2940 N/m |
| 剛毛のダンパ係数(σ_1) | 108 kg/s |
| 粘性摩擦係数(σ_2) | 0 kg/s |
| モータの質量(m) | 1 kg |
| モータの位置(p) | N/A |
| モータの速度(v) | N/A |
| 剛毛の平均たわみ(z) | N/A |

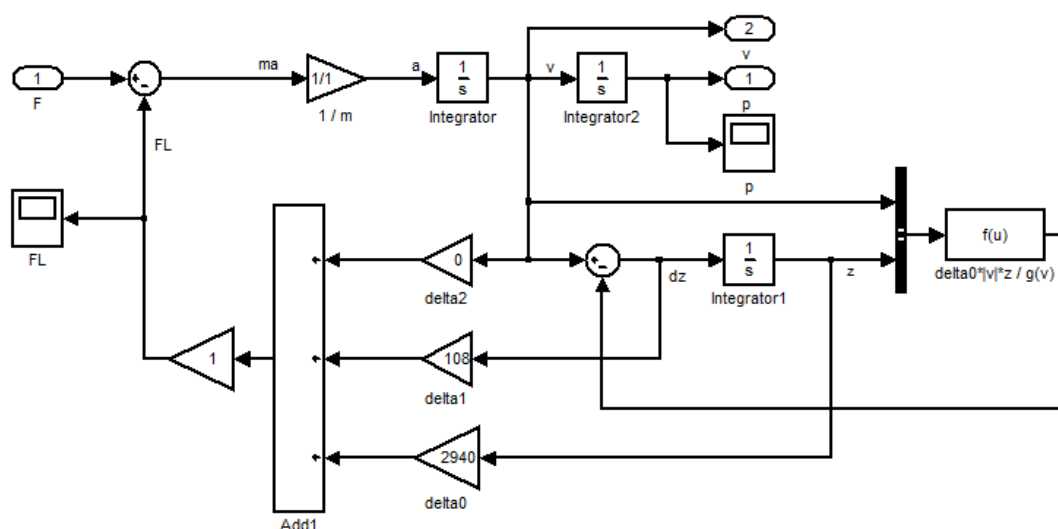


Fig. 4.11: LuGre model based system.

めた直後に、摩擦が一時的に減少する動的な現象、すなわち、Stribeck 効果は Fig. 4.12 (青線) に示すようになっていいる。Ishikawa らが提案した外乱オブザーバに基づく非線形補償手法は、摩擦モデルのパラメータと内部状態を用い、摩擦の公称値の推定値 \hat{F} を推定する (Fig. 4.12 の赤線)。摩擦モデルのパラメータの変動がないので、その変動分の推定値 $\Delta\hat{F}$ はゼロである (Fig. 4.12 の緑線)。システムの入力はステップ信号に設定し、出力は速度とし、その結

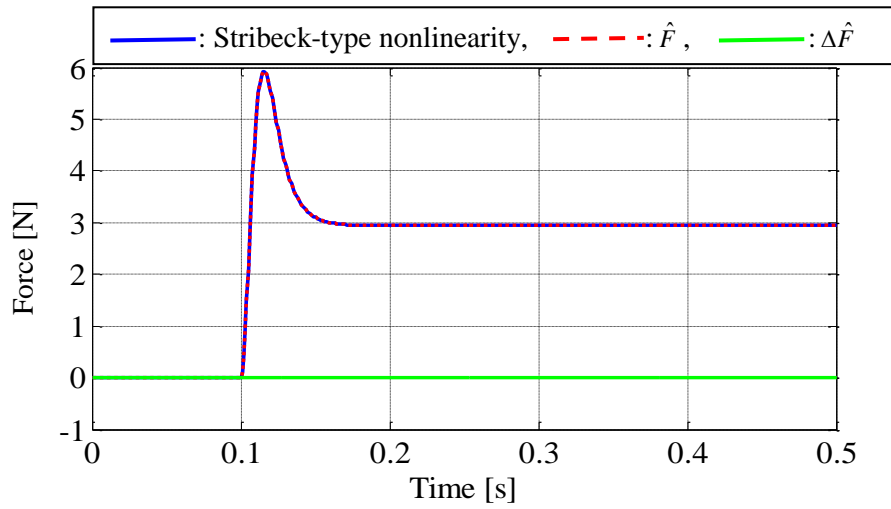


Fig. 4.12: Stribeck-type nonlinearity and estimation results of dual-DOB.

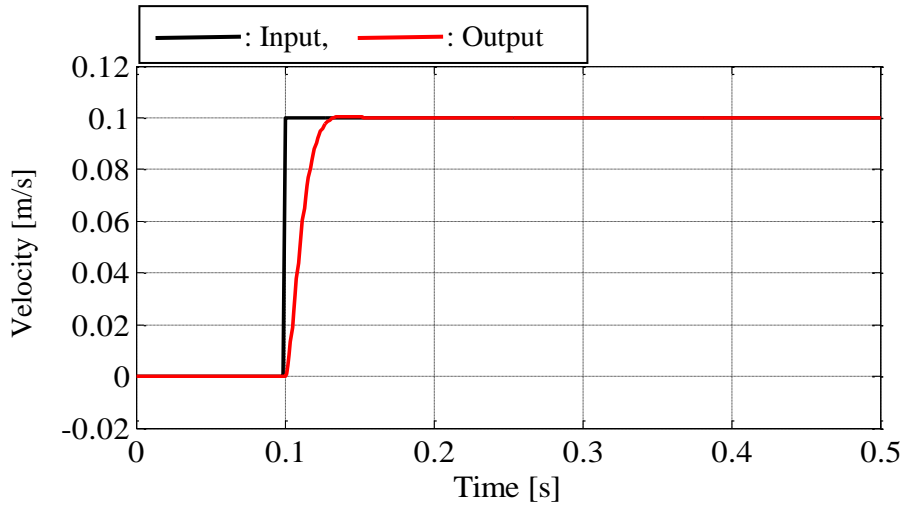


Fig. 4.13: Input and output of dual-DOB-based system.

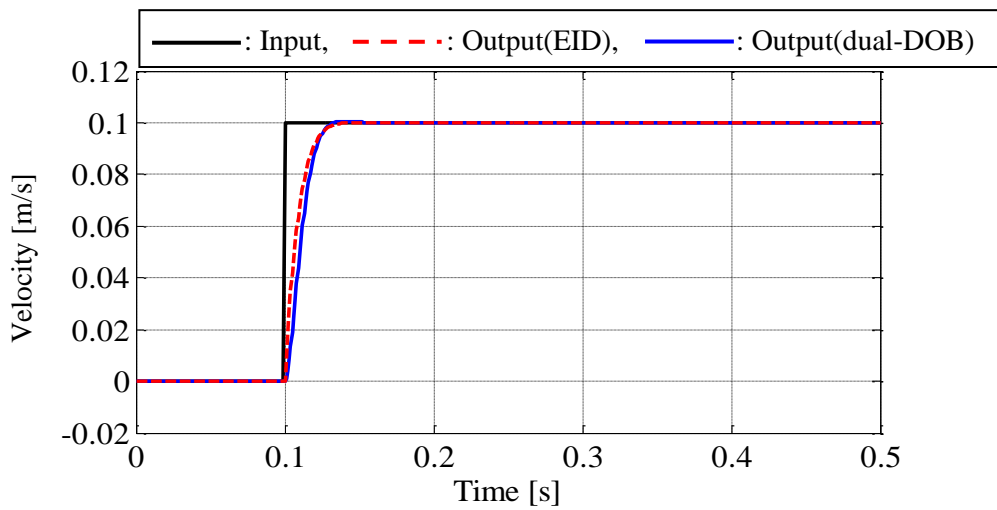


Fig. 4.14: Simulation results for EID and dual-DOB without uncertainty parameters.

果は Fig. 4.13 に示す。非線形補償成分を制御入力チャンネルに印加し、Stribeck-type 非線形摩擦が完全に補償されたため、速度は速やかに目標値に収束した。Fig. 4.14 に示すのは、等価入力外乱に基づいた非線形補償手法のシミュレーション結果及び Ishikawa らが提案した外乱オブザーバに基づいた非線形補償手法のシミュレーション結果である。ほぼ同じな出力結果が得られた。

次に、摩擦モデルのパラメータの変動がある場合、システムに存在する Stribeck-type 非線形摩擦がその公称値より 50%大きく変動する (Fig. 4.15 の青線)。外乱オブザーバに基づく非線形補償手法により推定された非線形補償

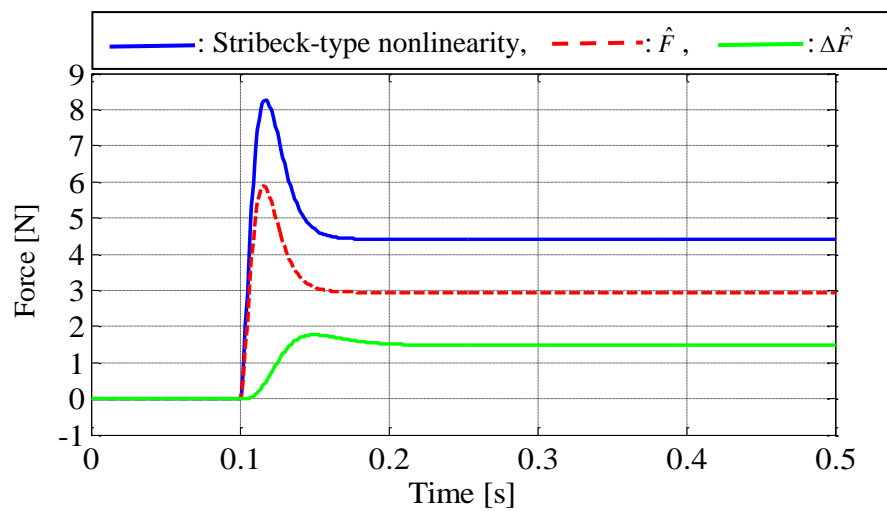


Fig. 4.15: Stribeck-type nonlinearity which is 50% larger than its nominal value and estimation results of dual-DOB.

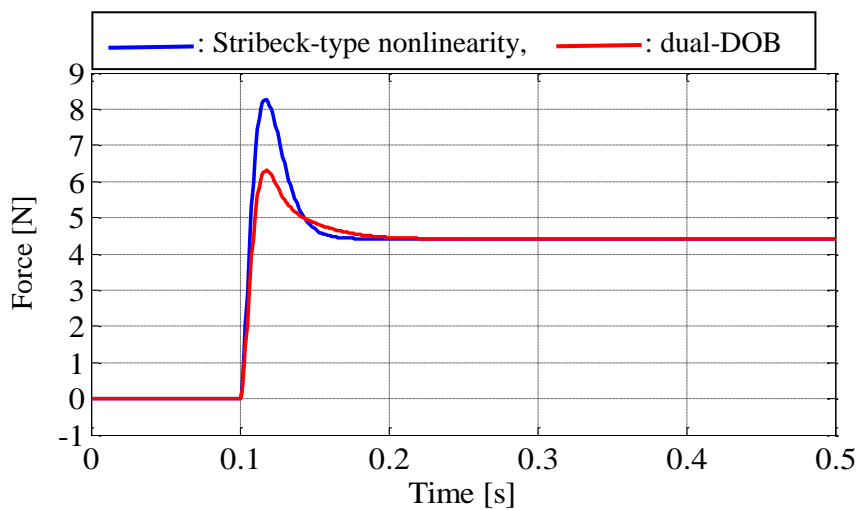


Fig. 4.16: Stribeck-type nonlinearity which is 50% larger than its nominal value and dual-DOB based compensation component.

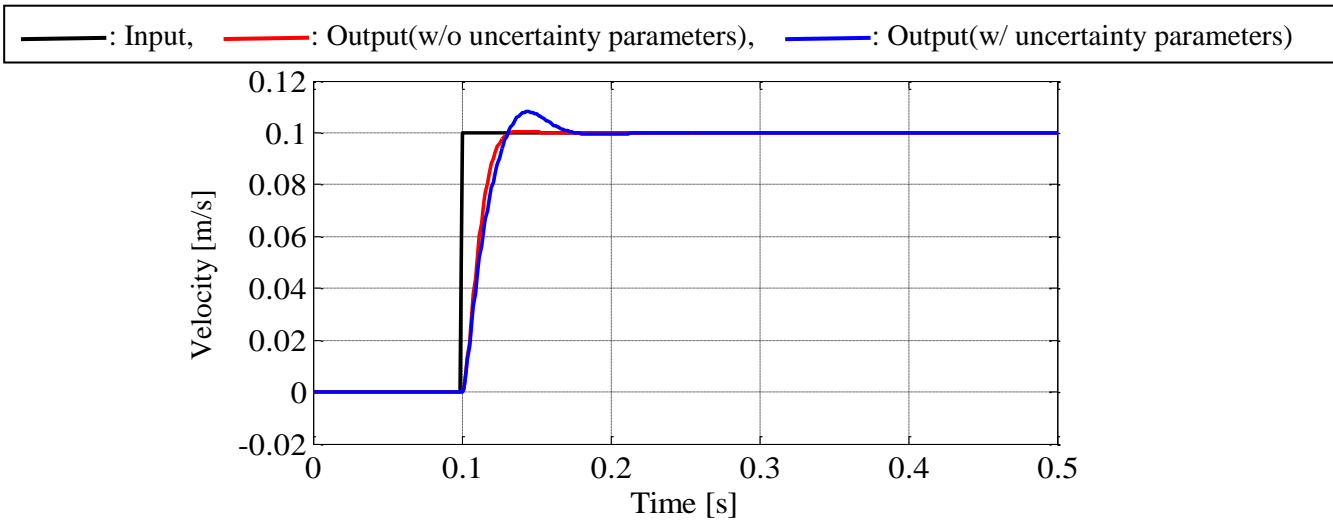


Fig. 4.17: Input and output of dual-DOB-based system.

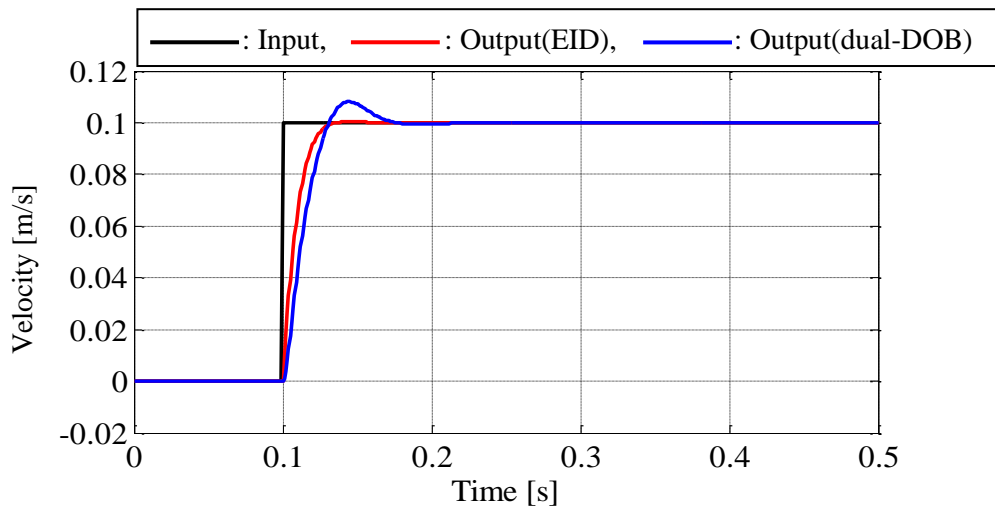


Fig. 4.18: Simulation results for EID and dual-DOB with uncertainty parameters.

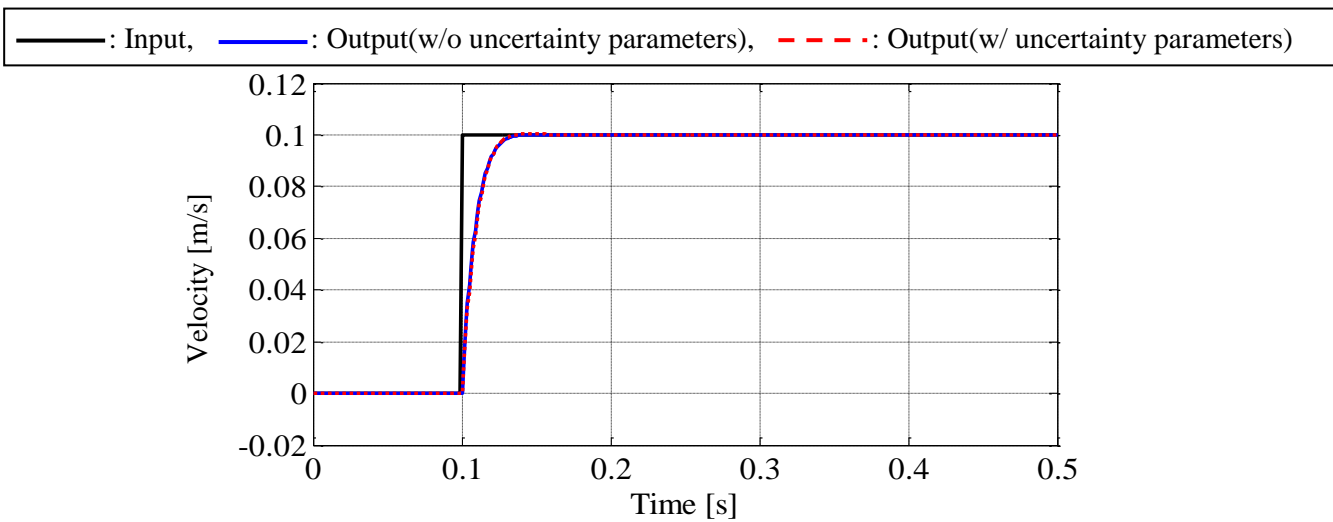


Fig. 4.19: Input and output of EID-based system.

成分 \hat{F} と $\Delta\hat{F}$ の結果は Fig. 4.15 に示す。赤線は Stribeck-type 非線形摩擦の公称値の推定値で、緑線は摩擦モデルのパラメータの変動分の推定値である。2つの非線形補償成分を合わせ、制御入力チャンネルに印加し、線形摩擦特性を完全に補償された一方、非線形摩擦特性を完全に補償されなかったことが Fig. 4.16 から分かる。そのため、出力の速度は速やかに目標値に収束したが、過渡特性に大きなオーバーシュートが生じた (Fig. 4.17)。Fig. 4.18 に示すのは、等価入力外乱に基づいた非線形補償手法のシミュレーション結果及び Ishikawa らが提案した外乱オブザーバに基づいた非線形補償手法のシミュレーション結果である。明らかに、等価入力外乱手法の結果の方が優れている。Fig. 4.19 に示すのは、等価入力外乱手法に基づき、非線形摩擦モデルのパラメータの変動がない場合及び変動がある場合のシミュレーション結果である。まったく同じな出力結果が得られた。したがって、等価入力外乱に基づいた非線形補償手法は、Ishikawa らが提案した外乱オブザーバに基づいた非線形補償手法より、システムのロバスト性が高いことが分かる。

上記の説明を要約すると、Ishikawa らが提案した外乱オブザーバに基づく非線形補償手法は、システムのロバスト性を高める必要がある。さらに、Fig. 4.9 に示すように、非線形特性の公称値を推定するために、摩擦モデルのパラメータと内部状態が正確に推定できることを前提とし、その応用範囲は非常に限られている。それに対して、本研究で提案した低次元オブザーバに基づく等価入力外乱手法は、非線形特性を推定する時、そのパラメータと内部状態を調べる必要がない (Fig. 4.10)。また、角周波数帯域における非線形特性の影響を事前に見積ることが可能であり、ローパスフィルタを設計することにより、非線形特性の推定・補償精度が指定できるため、本手法に基づくシステムのロバスト性が非常に高い。さらに、非線形特性に対する補償器の構造及び設計は非常にシンプルである。この結果により、本研究で提案した低次元オブザーバに基づく等価入力外乱手法の簡便性と優位性を確認することができた。

4.5 低次元オブザーバに基づく実験検証

本節では、回転制御系を例に、実験検証を行い、低次元オブザーバを利用した等価入力外乱の推定・抑制効果を示し、また、その外乱推定・抑制効果は同次元オブザーバのものと同様であることを示す。

回転制御系の実験システムの構成は「3.5.1 実験システムの構成」と同じである。LabVIEW で作成したプログラムの説明を「付録 5」に示す。

システムの入力は Fig. 4.20 に示すステップ信号に設定した。出力は回転角度と回転速度に選定し、回転制御系に Stribeck-type 非線形摩擦が存在しない

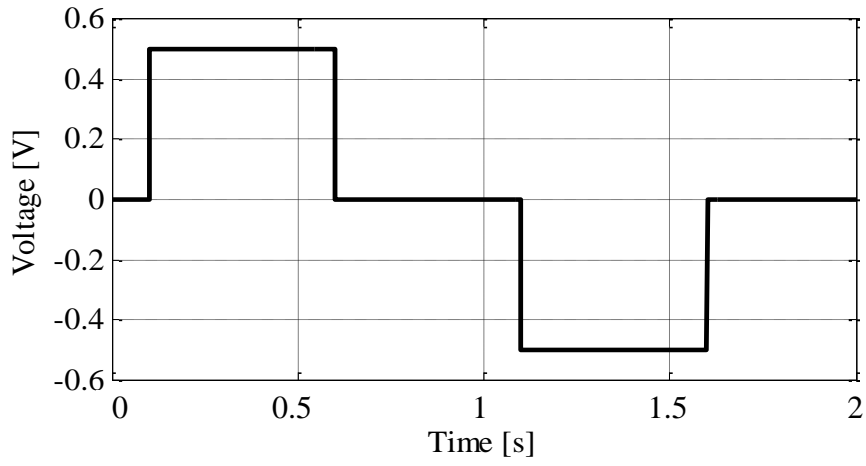


Fig. 4.20: Input of rotational control system.

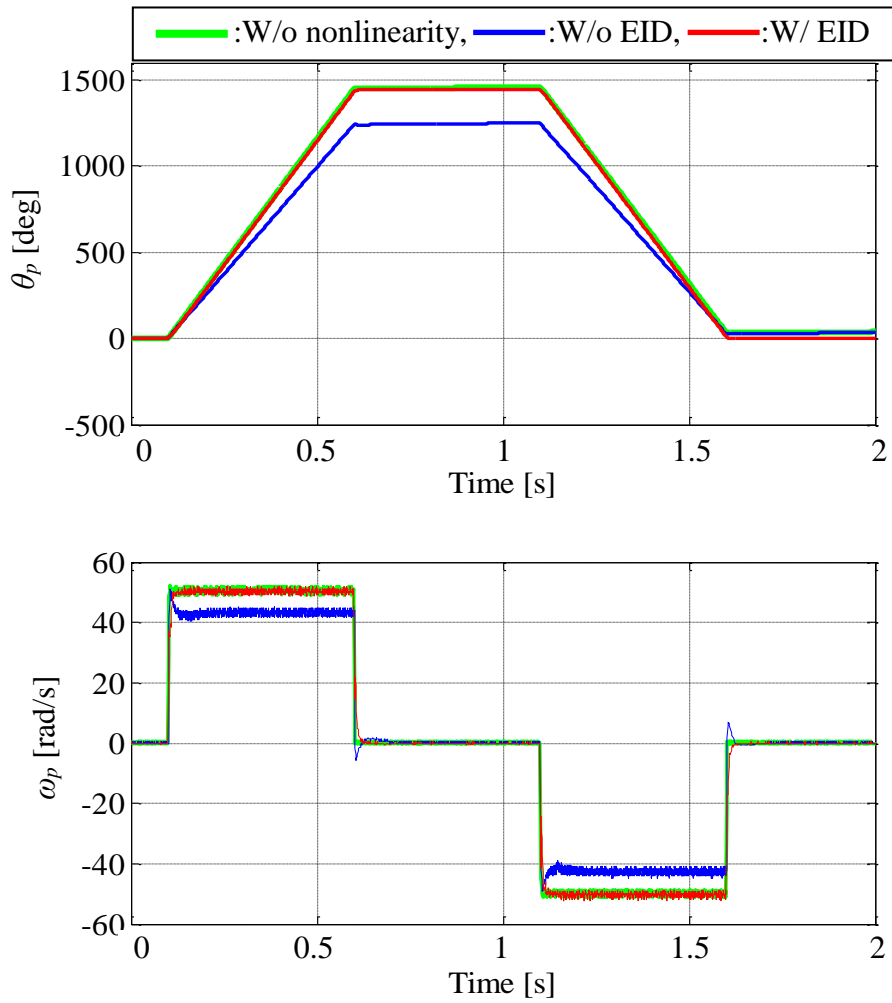


Fig. 4.21: Output of rotational control system.

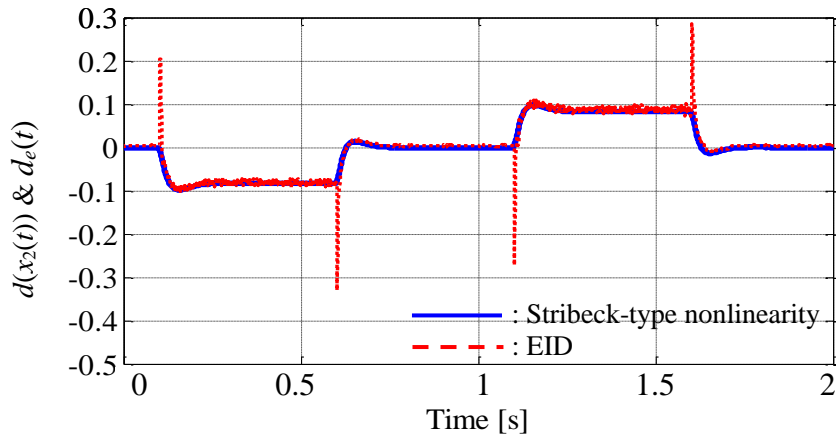


Fig. 4.22: Stribeck-type nonlinearity and EID.

場合と、補償を使わず非線形摩擦がシステムに存在する場合と、非線形摩擦がシステムに存在しかつ等価入力外乱手法を使う場合の出力の結果を Fig. 4.21 に示す。Fig. 4.22 に示すのは、回転制御系に存在する Stribeck-type 非線形摩擦及び低次元オブザーバに基づく等価入力外乱推定値である。Fig. 4.24 に示すのは、Stribeck-type 非線形摩擦がその公称値よりも 50%小さい（または大きい）場合（Fig. 4.23）の出力結果である。Fig. 4.20-Fig. 4.24 に示すように、本実験の結果は「4.4 低次元オブザーバに基づくシミュレーション検証」でのシミュレーションの結果とほぼ同じである。さらに、その結果と「3.5 回転制御系の実験検証」での実験結果（同一次元オブザーバ）とまったく同じ結果が得られる。したがって、本研究で提案した低次元オブザーバに基づく等価入力外乱手法は同一次元オブザーバに基づく等価入力外乱手法と同じ外乱推定・抑制効果を有することが確認できた[8], [79]。

【備考】 Fig. 4.22 において、非線形摩擦トルクが発生した瞬間、その推定値（赤線）に一瞬大きなオーバーシュートが発生し、その後、すぐ収束する様子が分かる。収束を速くすると、オーバーシュートも大きくなる。

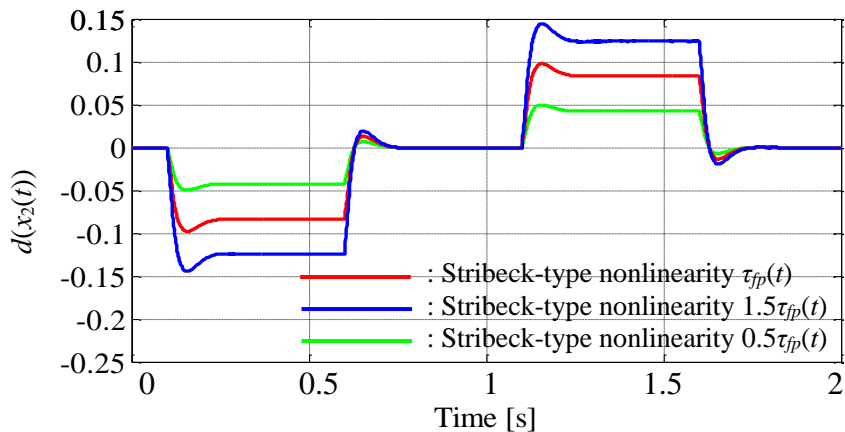


Fig. 4.23: Change of nonlinearities between $0.5\tau_{fp}(t)$ and $1.5\tau_{fp}(t)$.

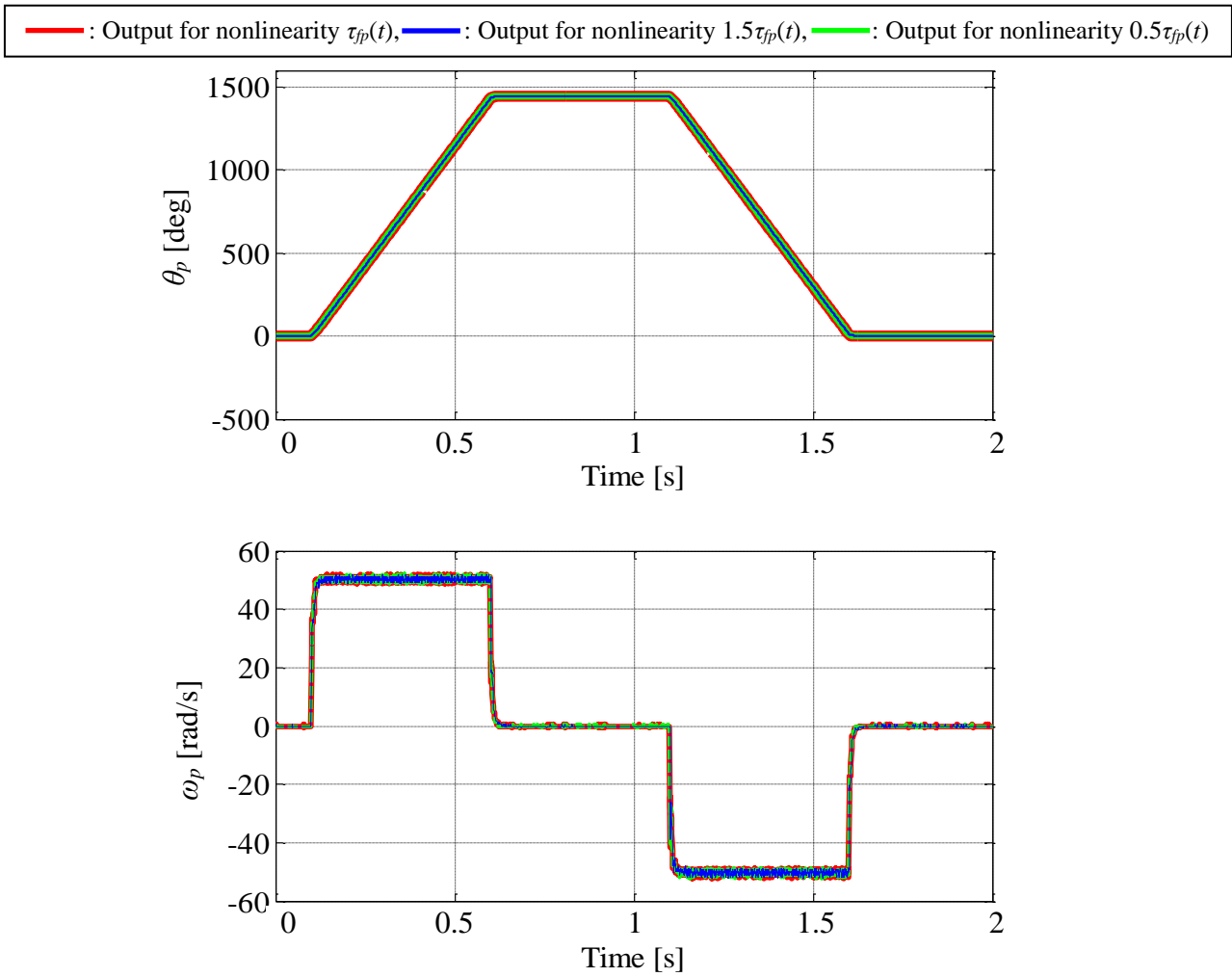


Fig. 4.24: Verification of robustness for nonlinearities between $0.5\tau_{fp}(t)$ and $1.5\tau_{fp}(t)$.

第5章 非線形推定・補償によるシステムの運動制御

等価入力外乱手法は、マッチング条件を満たす外乱だけでなく、マッチング条件を満たさない外乱の出力に対する影響も補償できる[80]。本章では、等価入力外乱手法のこの特徴を生かして、非線形システムの非線形特性を補償することにより運動制御を行う問題を考える。

非線形システム制御において、線形近似手法[81]、リアプロフ安定[82], [83], 厳密線形化手法[84], バックステッピング[85]などの手法を用いてたくさん検討されてきた。しかし、線形近似手法では、非線形特性の強いシステムに適用しにくく、リアプロフ安定手法では、適切なリアプロフ関数を探すのは簡単ではない。また、厳密線形化手法は制御対象の特性を正確に知っていなければならない、バックステッピング手法により得られた制御器は非常に複雑である。

これらの手法に対し、等価入力外乱手法は、線形近似モデルだけに基づき制御系を設計し、実際の制御対象と線形近似モデルとの差を状態依存性外乱として考え、それを制御入力端の信号として等価入力外乱手法を用いて推定し、出力への影響を抑えるように制御系を構築することにより、非線形特性の影響を抑えることは可能である。他の制御手法と違い、本手法は以下の特徴を持っている：

- 扱える非線形特性のクラスは広い
- 正確な非線形特性の構造を知る必要がない
- 非線形特性は時変あるいは不確かさを持っていても取り扱い可能である

以下では、まず、制御系の構造を示す上、制御系の安定条件を導出し、それをもとに制御系設計法を提案する。次に、典型的な非線形メカトロニクスシステムである二輪型倒立振り子ロボットを用いて、シミュレーションにより本手法の有効性を検証する。

5.1 等価入力外乱手法を用いた運動制御系の構造とシステム安定条件

等価入力外乱手法に基づいた運動制御系の構造を Fig. 5.1 に示す。この制御系は、従来のサーボ系、すなわち、「内部モデル」、「状態オブザーバ」及び「状態フィードバックコントローラ」と、等価入力外乱を推定する「等価入力外乱推定器」を融合するものと考えられる。本節では、非線形システム安定性の立場から、等価入力外乱手法を用いた運動制御系の安定条件を導出する。

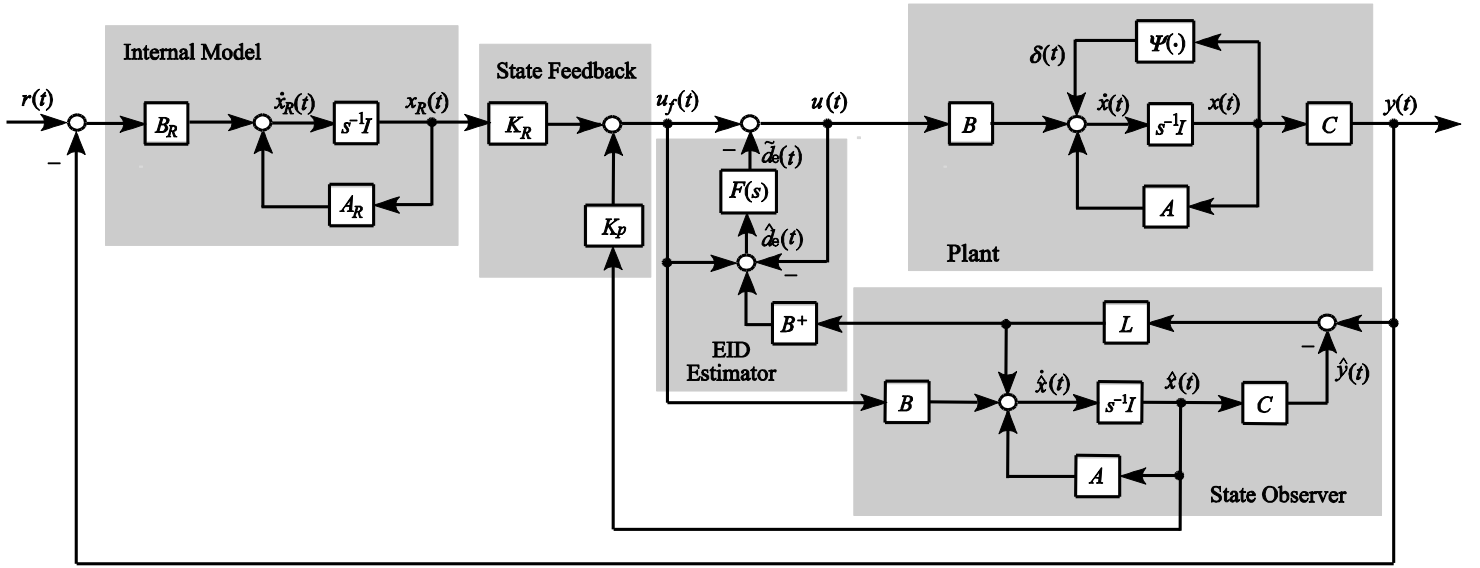


Fig. 5.1: Configuration of EID-based compensation system.

まず，ローパスフィルタ $F(s)$ の状態方程式は

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = A_f x_f(t) + B_f \hat{d}_e(t), \\ \tilde{d}_e(t) = C_f x_f(t) \end{cases} \quad (117)$$

となる。式(7)，(15)より，式(12)を

$$\hat{d}_e(t) = -B^+ LC \Delta x(t) + \tilde{d}_e(t) \quad (118)$$

に変換する。

次に，Fig. 5.1 に示すように，

$$u_f(t) = K_R x_R(t) + K_p \hat{x}(t) \quad (119)$$

が得られる。式(7)は式(119)に代入し，整理すると

$$u_f(t) = K_R x_R(t) + K_p x(t) + K_p \Delta x(t) \quad (120)$$

を求める。式(15)，(28)，(117)，(120)より

$$\dot{x}(t) = (A + BK_p) x(t) + BK_p \Delta x(t) - BC_f x_f(t) + BK_R x_R(t) + \delta(t) \quad (121)$$

が得られる。式(5)，(15)，(28)，(117)より

$$\Delta \dot{x}(t) = (A - LC) \Delta x(t) + BC_f x_f(t) - \delta(t) \quad (122)$$

を得る。式(117)，(118)より

$$\dot{x}_f(t) = -B_f B^+ LC \Delta x(t) + (A_f + B_f C_f) x_f(t) \quad (123)$$

が求められる。

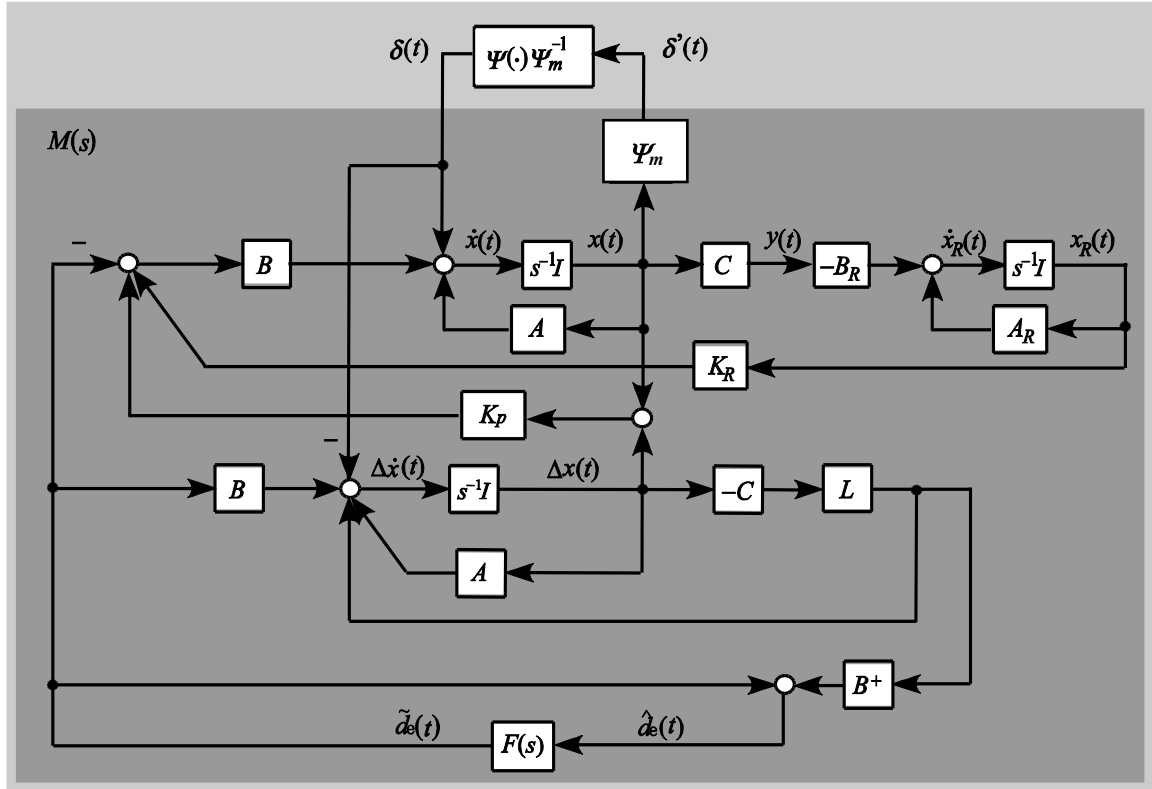


Fig. 5.2: Block diagram for stability analysis of EID.

また、システムの安定性を考える場合、 $r(t) = 0$ とおき、制御系の内部モデルの状態方程式は

$$\dot{x}_R(t) = A_R x_R(t) - B_R C x(t) \quad (124)$$

となる。

式(121)-(124)より、等価入力外乱手法を用いた運動制御系を Fig. 5.2 のように描き直し、 $\delta(t)$ から $\delta'(t)$ までの伝達関数は

$$M(s) = C_D (sI - A_D)^{-1} B_D \quad (125)$$

で与えられる。ただし、

$$\left\{ \begin{array}{l} A_D = \begin{bmatrix} A + BK_p & BK_R & BK_p & -BC_f \\ -B_R C & A_R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A - LC & BC_f \\ 0 & 0 & -B_f B^+ LC & A_f + B_f C_f \end{bmatrix}, \\ B_D = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_D = [\Psi_m \quad 0 \quad 0 \quad 0]. \end{array} \right.$$

ここで、 Ψ_m は非線形要素 $\Psi(\cdot)$ の最大値で、本研究では、システムに依存する非線形特性を有界と仮定し、

$$|\Psi(\cdot)| \leq \Psi_m \quad (126)$$

で表す。

そして、スモールゲイン定理[67]により、等価入力外乱手法に基づいた運動制御系の安定条件を以下のように導出する。

- 1) $M(s)$ を内部安定とする。
- 2) $\|M\|_\infty < 1$.

したがって、非線形システムの安定性を確保し、出力に対して、等価入力外乱と非線形特性と同じ効果をもたらすために、本研究では、状態フィードバックゲイン K_R , K_p と、状態オブザーバゲイン L 及びローパスフィルタ $F(s)$ の設計が必要である。

5.2 等価入力外乱手法を用いた運動制御系の設計法

等価入力外乱手法に基づいた運動制御系の設計において、系の安定性だけを考える限り分離定理が成り立つ。すなわち、状態フィードバックゲインの設計と、状態オブザーバのゲイン及びローパスフィルタの設計を独立に行うことが可能である。本節ではそれをもとに状態フィードバックと状態オブザーバとローパスフィルタの設計について、具体的に行い、制御系の設計法を提案する。

5.2.1 状態フィードバックの設計

本研究では、最適制御により状態フィードバックゲイン K_R , K_p を設計する。

まず、制御対象

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}u_f(t) \quad (127)$$

に対し、重み係数 $Q_k (> 0)$, $R_k (> 0)$ を用いた評価関数

$$J_k = \int_0^\infty \{\bar{x}^T(t)Q_k\bar{x}(t) + R_k u_f^2(t)\} dt \quad (128)$$

を最小にするように $u_f(t)$ を決める。ここで、

$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x_{R1}(t) \\ x_{R2}(t) \end{bmatrix},$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -C & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

次に、解 $u_f(t)$ は

$$u_f(t) = \bar{K}\bar{x}(t) \quad (129)$$

の状態フィードバック形式となることが知られている。ただし、

$$\bar{K} = [K_p \quad K_{R1} \quad K_{R2}].$$

ここで、 \bar{K} はリッカチ方程式

$$P\bar{A} + \bar{A}^T P - P\bar{B}R_k^{-1}\bar{B}^T P + Q_k = 0 \quad (130)$$

を満たす正定行列 P を用い

$$\bar{K} = -R_k^{-1}\bar{B}^T P \quad (131)$$

として与えられる。

5.2.2 ローパスフィルタの設計

本研究では、ローパスフィルタの選定は式(13)とし、次式のように満たさなければならない。

$$|F(j\omega)| \approx 1, \quad \omega \in \Omega_r, \quad \Omega_r = \{\omega, 0 \leq \omega \leq \omega_r\}. \quad (132)$$

式(132)において、 ω_r は非線形システムの非線形特性を補償するための最高角周波数であり、 Ω_r は対応する角周波数帯域である。

ローパスフィルタ $F(s)$ のカットオフ角周波数 ω_c は

$$\omega_c = (5 \sim 10)\omega_r \quad (133)$$

と選定し、時定数 T との関係は

$$T = \frac{1}{\omega_c} = \frac{1}{5 \sim 10} \frac{1}{\omega_r} \quad (134)$$

である。

5.2.3 状態オブザーバの設計

上記の説明を要約すると、式(132)を満たす適切な T を選択すれば、以下の設計手順により、状態オブザーバゲイン L を求めることができる。

状態オブザーバゲイン L の設計アルゴリズム：

Step 1) 十分に大きなスカラー $\rho > 0$ を選択する。

Step 2) リッカチ方程式

$$AS + SA^T - SC^T R_L^{-1} CS + \rho Q_L = 0 \quad (135)$$

を解く。ただし、重み係数 $Q_L > 0$, $R_L > 0$ である。

Step 3) 次式を考える、

$$L = -SC^T R_L^{-1}. \quad (136)$$

Step 4) 等価入力外乱手法に基づいた運動制御系の安定条件 1), 2) が成立ならば、計算を終える。成立しなければ、パラメータ ρ を増加して、Step 2) に戻る。

5.3 二輪型倒立振り子ロボット

本節では、典型的な非線形メカトロニクスシステムである二輪型倒立振り子ロボットを用いて、等価入力外乱手法に基づいた運動制御を行う問題を考える。

5.3.1 二輪型倒立振り子ロボットの構成

近年、二輪型倒立振り子ロボットの開発・研究が盛んに行われている[56], [59], [60], [63], [86]-[92]。倒立振り子とは、自走する台車に自由に回転できる振り子を取り付けた装置で、二輪型倒立振り子は二つの車輪を持つタイプの倒立振り子である[61]。このようなロボットは平面・斜面上で機敏に直進・回転動作ができる一方、制御に用いるアクチュエータの数が関節の自由度より少ないため、非線形特性は強く、運動制御は非常に難しいである。

本節では、二輪型倒立振り子ロボットNXTway-GSを制御対象と考え、その構造をFig. 5.3に示す。NXTway-GSの車体はコントローラ、ジャイロセンサやエンコーダ付きDCモータなどから構成される。二つの駆動輪は独立にトルクを与えることが可能である。NXTway-GSの制御に用いるセンサとアクチュエータの説明は「付録6」に示している。

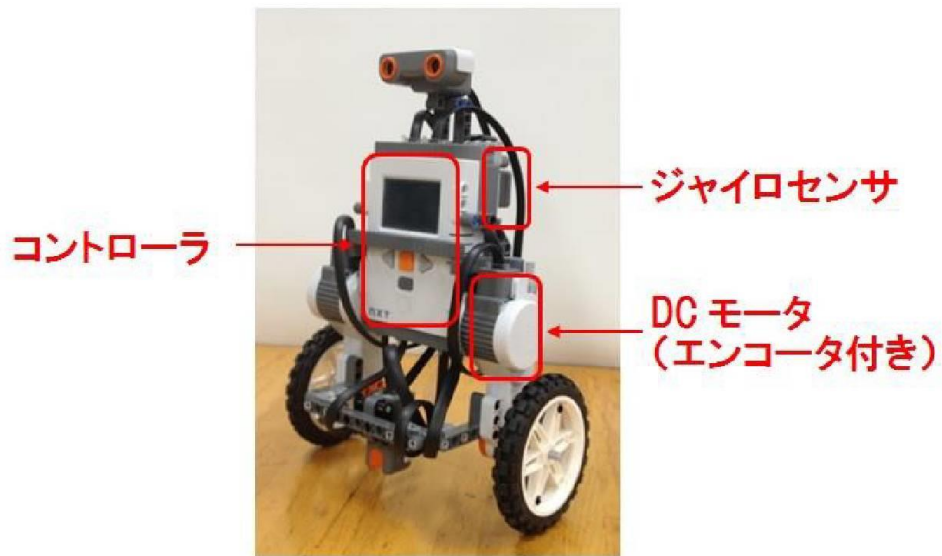


Fig. 5.3: NXTway-GS.

5.3.2 二輪型倒立振り子ロボットのモデリング

NXTway-GS を Fig. 5.4 に示す二輪型倒立振り子ロボットとしてモデリングを行う。Fig. 5.5 は二輪型倒立振り子ロボットの側面図と俯瞰図である。Fig. 5.5 における座標系を用いて NXTway-GS の運動方程式を導出する。運動方程式の導出はラグランジュ方程式を用いる。NXTway-GS のモデルの状態変数・定数を Table 5.1 に示す[93]。

θ_l, θ_r は左車輪と右車輪の回転角度で、それらは車輪平均角度 θ と車体の回転角度 ϕ の関係は

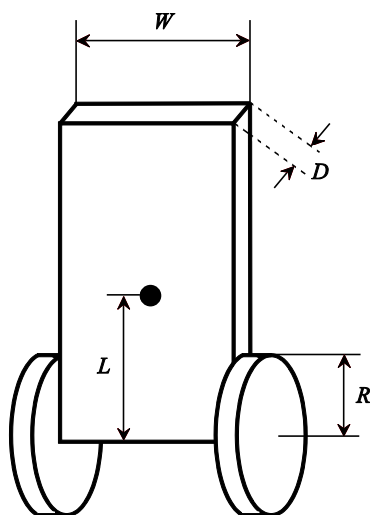


Fig. 5.4: Model of NXTway-GS.

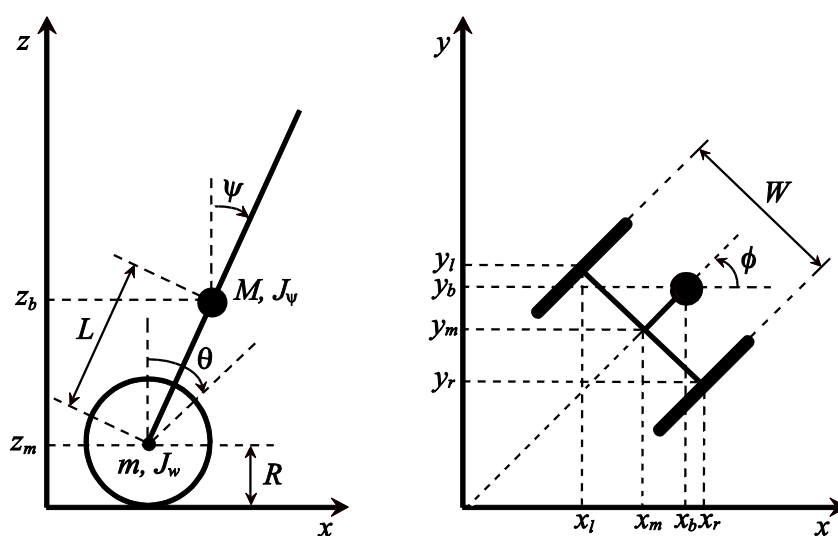


Fig. 5.5: Side view and top view of NXTway-GS.

Table 5.1: Parameters of NXTway-GS.

| 記号 | 意味 | 値・単位 |
|----------------|------------------|--|
| $\theta_{l,r}$ | 車輪の回転角度 | rad |
| ψ | 車体の傾斜角度 | rad |
| ϕ | 車体の回転角度 | rad |
| m | 車輪の質量 | 0.03 kg |
| M | 車体の質量 | 0.6 kg |
| R | 車輪の半径 | 0.04 m |
| L | 車輪中心から車体重心までの距離 | 0.072 m |
| W | 車体の幅 | 0.14 m |
| J_m | DC モータの慣性モーメント | $1 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ |
| J_w | 車輪の慣性モーメント | $2.4 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ |
| J_ψ | 車体の慣性モーメント (ピッチ) | $0.001 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ |
| J_ϕ | 車体の慣性モーメント (ヨー) | $0.0011 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ |
| $v_{l,r}$ | DC モータに加える電圧 | V |
| R_m | DC モータの抵抗 | 6.69 Ω |
| K_b | DC モータの逆起電力 | 0.468 V sec/rad |
| K_t | DC モータのトルク定数 | 0.317 Nm/A |
| n | ギヤレシオ | 1 |
| f_m | 車体と DC モータ間の摩擦係数 | 0.0022 |
| f_w | 車輪と床間の摩擦係数 | 0.0005 |

$$\begin{cases} \theta = \frac{1}{2}(\theta_l + \theta_r) \\ \phi = \frac{R}{W}(\theta_r - \theta_l) \end{cases} \quad (137)$$

で表す。

車輪間中心点の座標と状態変数の関係は

$$\begin{cases} x_m = R\theta \cos \phi \\ y_m = R\theta \sin \phi, \\ z_m = R \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{x}_m = R\dot{\theta} \cos \phi \\ \dot{y}_m = R\dot{\theta} \sin \phi \\ \dot{z}_m = 0 \end{cases} \quad (138)$$

となる。それにより，左車輪の座標と状態変数の関係は

$$\begin{cases} x_l = x_m - \frac{W}{2} \sin \phi \\ y_l = y_m + \frac{W}{2} \cos \phi, \\ z_l = z_m \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{x}_l = R\dot{\theta} \cos \phi - \frac{W}{2} \dot{\phi} \cos \phi \\ \dot{y}_l = R\dot{\theta} \sin \phi - \frac{W}{2} \dot{\phi} \sin \phi \\ \dot{z}_l = 0 \end{cases} \quad (139)$$

となる。ここで，式(137)の変換により，

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \frac{1}{2}(\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r) \\ \dot{\theta}_r - \dot{\theta}_l = \frac{W}{R} \dot{\phi} \\ \dot{\theta}_l^2 + \dot{\theta}_r^2 = 2\dot{\theta}^2 + \frac{W^2}{2R^2} \dot{\phi}^2 \end{cases} \quad (140)$$

が求められる。式(140)を式(139)に代入すれば，

$$\begin{cases} \dot{x}_l = \frac{R}{2}(\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r) \cos \phi - \frac{W}{2} \dot{\phi} \cos \phi \\ \dot{y}_l = \frac{R}{2}(\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r) \sin \phi - \frac{W}{2} \dot{\phi} \sin \phi \\ \dot{z}_l = 0 \end{cases} \quad (141)$$

を求める。したがって，左車輪の並進方向の運動エネルギー T_{11} は

$$\begin{aligned} T_{11} &= \frac{1}{2}m(\dot{x}_l^2 + \dot{y}_l^2 + \dot{z}_l^2) \\ &= \frac{1}{2}m\left(\frac{R^2}{4}(\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r)^2 + \frac{W^2}{4}\dot{\phi}^2 - \frac{RW}{2}(\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r)\dot{\phi}\right) \end{aligned} \quad (142)$$

となる。

また、同様に右車輪の座標と状態変数の関係は

$$\begin{cases} x_r = x_m + \frac{W}{2} \sin \phi \\ y_r = y_m - \frac{W}{2} \cos \phi, \\ z_r = z_m \end{cases} \begin{cases} \dot{x}_r = R\dot{\theta} \cos \phi + \frac{W}{2} \dot{\phi} \cos \phi \\ \dot{y}_r = R\dot{\theta} \sin \phi + \frac{W}{2} \dot{\phi} \sin \phi \\ \dot{z}_r = 0 \end{cases} \quad (143)$$

と求める。式(140)を式(143)に代入すれば、

$$\begin{cases} \dot{x}_r = \frac{R}{2} (\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r) \cos \phi + \frac{W}{2} \dot{\phi} \cos \phi \\ \dot{y}_r = \frac{R}{2} (\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r) \sin \phi + \frac{W}{2} \dot{\phi} \sin \phi \\ \dot{z}_r = 0 \end{cases} \quad (144)$$

が得られる。したがって、右車輪の並進方向の運動エネルギー T_{12} は

$$\begin{aligned} T_{12} &= \frac{1}{2} m (\dot{x}_r^2 + \dot{y}_r^2 + \dot{z}_r^2) \\ &= \frac{1}{2} m \left(\frac{R^2}{4} (\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r)^2 + \frac{W^2}{4} \dot{\phi}^2 + \frac{RW}{2} (\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r) \dot{\phi} \right) \end{aligned} \quad (145)$$

となる。

また、車体重心点の座標系は

$$\begin{cases} x_b = x_m + L \sin \psi \cos \phi \\ y_b = y_m + L \sin \psi \sin \phi, \\ z_b = z_m + L \cos \psi \end{cases} \begin{cases} \dot{x}_b = R\dot{\theta} \cos \phi + L(\dot{\psi} \cos \psi \cos \phi - \dot{\phi} \sin \psi \sin \phi) \\ \dot{y}_b = R\dot{\theta} \sin \phi + L(\dot{\psi} \cos \psi \sin \phi + \dot{\phi} \sin \psi \cos \phi) \\ \dot{z}_b = -L\dot{\psi} \sin \psi \end{cases} \quad (146)$$

と求める。式(140)を式(146)に代入すれば、

$$\begin{cases} \dot{x}_b = \frac{R}{2} (\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r) \cos \phi + L(\dot{\psi} \cos \psi \cos \phi - \dot{\phi} \sin \psi \sin \phi) \\ \dot{y}_b = \frac{R}{2} (\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r) \sin \phi + L(\dot{\psi} \cos \psi \sin \phi + \dot{\phi} \sin \psi \cos \phi) \\ \dot{z}_b = -L\dot{\psi} \sin \psi \end{cases} \quad (147)$$

が得られる。したがって、車体の並進方向の運動エネルギー T_{13} は

$$\begin{aligned}
T_{13} &= \frac{1}{2}M(\dot{x}_b^2 + \dot{y}_b^2 + \dot{z}_b^2) \\
&= \frac{1}{2}M\left(\frac{R^2}{4}(\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r)^2 + L^2\dot{\psi}^2 + L^2\dot{\phi}^2 \sin^2 \psi + RL(\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r)\dot{\psi} \cos \psi\right) \quad (148)
\end{aligned}$$

となる。

式(142), (145), (148)により, 二輪型倒立振子ロボットの並進方向の運動エネルギー T_1 は次式で表される。

$$\begin{aligned}
T_1 &= T_{11} + T_{12} + T_{13} \\
&= \left(m + \frac{1}{2}M\right)\left(\frac{R^2}{4}(\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r)^2\right) + \frac{1}{4}mW^2\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}ML^2\dot{\psi}^2 \\
&\quad + \frac{1}{2}ML^2\dot{\phi}^2 \sin^2 \psi + \frac{1}{2}MRL(\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r)\dot{\psi} \cos \psi. \quad (149)
\end{aligned}$$

また, 左車輪と右車輪の回転方向の運動エネルギー T_{21}, T_{22} は

$$T_{21} = \frac{1}{2}J_w \dot{\theta}_l^2, \quad (150)$$

$$T_{22} = \frac{1}{2}J_w \dot{\theta}_r^2 \quad (151)$$

となり, 車体のピッチ軸方向の回転運動エネルギー T_{23} は

$$T_{23} = \frac{1}{2}J_\psi \dot{\psi}^2 \quad (152)$$

となり, ヨー軸方向の回転運動エネルギー T_{24} は

$$T_{24} = \frac{1}{2}J_\phi \dot{\phi}^2 \quad (153)$$

となる。

また, モータ電気子の回転運動エネルギー T_{25}, T_{26} は

$$T_{25} = \frac{1}{2}n^2 J_m (\dot{\theta}_l - \dot{\psi})^2, \quad (154)$$

$$T_{26} = \frac{1}{2}n^2 J_m (\dot{\theta}_r - \dot{\psi})^2. \quad (155)$$

式(150)-(155)により, 二輪型倒立振子ロボットの回転方向の運動エネルギー T_2 は次式で表される。

$$\begin{aligned}
T_2 &= T_{21} + T_{22} + T_{23} + T_{24} + T_{25} + T_{26} \\
&= \frac{1}{2}(J_w + n^2 J_m)(\dot{\theta}_l^2 + \dot{\theta}_r^2) + \frac{1}{2}(J_\psi + 2n^2 J_m)\dot{\psi}^2 + \frac{1}{2}J_\phi \dot{\phi}^2 - n^2 J_m \dot{\psi}(\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r). \quad (156)
\end{aligned}$$

また, 二輪型倒立振子ロボットの位置エネルギー U は次式で表される。

$$\begin{aligned}
U &= mgz_l + mgz_r + Mgz_b \\
&= 2mgR + MgR + MgL \cos \psi. \quad (157)
\end{aligned}$$

式(149), (156), (157)にしたがって, ラグランジュアンは次式で表される。

$$\begin{aligned}
L &= T_1 + T_2 - U \\
&= \left(m + \frac{1}{2} M \right) \left(\frac{R^2}{4} (\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r)^2 \right) + \frac{1}{4} m W^2 \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} M L^2 \dot{\psi}^2 \\
&\quad + \frac{1}{2} M L^2 \dot{\phi}^2 \sin^2 \psi + \frac{1}{2} M R L (\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r) \dot{\psi} \cos \psi + \frac{1}{2} (J_w + n^2 J_m) (\dot{\theta}_l^2 + \dot{\theta}_r^2) \\
&\quad + \frac{1}{2} (J_\psi + 2n^2 J_m) \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} J_\phi \dot{\phi}^2 - n^2 J_m \dot{\psi} (\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r) \\
&\quad - 2mgR - MgR - MgL \cos \psi.
\end{aligned} \tag{158}$$

一般化座標として以下の変数を選定する。

- θ_l : 左車輪の回転角度
- θ_r : 右車輪の回転角度
- ψ : 車体の傾斜角度 (ピッチ軸)
- ϕ : 車体の回転角度 (ヨー軸)

ラグランジュ方程式は以下で与えられる。

$$\begin{aligned}
F_{\theta_l} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_l} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_l} \\
&= \left(\frac{1}{2} m R^2 + \frac{1}{4} M R^2 + J_w + n^2 J_m \right) \ddot{\theta}_l + \left(\frac{1}{2} m R^2 + \frac{1}{4} M R^2 \right) \ddot{\theta}_r \\
&\quad + \left(\frac{1}{2} M R L \cos \psi - n^2 J_m \right) \ddot{\psi} - \frac{1}{2} M R L \sin \psi \dot{\psi}^2,
\end{aligned} \tag{159}$$

$$\begin{aligned}
F_{\theta_r} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_r} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_r} \\
&= \left(\frac{1}{2} m R^2 + \frac{1}{4} M R^2 \right) \ddot{\theta}_l + \left(\frac{1}{2} m R^2 + \frac{1}{4} M R^2 + J_w + n^2 J_m \right) \ddot{\theta}_r \\
&\quad + \left(\frac{1}{2} M R L \cos \psi - n^2 J_m \right) \ddot{\psi} - \frac{1}{2} M R L \sin \psi \dot{\psi}^2,
\end{aligned} \tag{160}$$

$$\begin{aligned}
F_\psi &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} \\
&= \left(\frac{1}{2} M R L \cos \psi - n^2 J_m \right) \ddot{\theta}_l + \left(\frac{1}{2} M R L \cos \psi - n^2 J_m \right) \ddot{\theta}_r \\
&\quad + (M L^2 + J_\psi + 2n^2 J_m) \ddot{\psi} - M g L \sin \psi - M L^2 \dot{\phi}^2 \sin \psi \cos \psi,
\end{aligned} \tag{161}$$

$$F_\phi = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} \quad (162)$$

$$= \left(\frac{1}{2} m W^2 + J_\phi + M L^2 \sin^2 \psi \right) \ddot{\phi} + 2 M L^2 \dot{\phi} \dot{\psi} \sin \psi \cos \psi.$$

一方, DC モータのトルクや粘性摩擦などを考える一般化力の方程式を導出する。まず, 左車輪の DC モータに対し, 逆起電力方程式は

$$v_{bef} = K_b (\dot{\theta}_l - \dot{\psi}) \quad (163)$$

となる。電圧方程式は

$$v_l = L_m \dot{i}_l + R_m i_l + v_{bef} \quad (164)$$

で表される。インダクタンス L_m を無視すると, 電圧方程式は

$$v_l = R_m i_l + K_b (\dot{\theta}_l - \dot{\psi}) \quad (165)$$

となり, 電流方程式は

$$i_l = \frac{v_l - K_b (\dot{\theta}_l - \dot{\psi})}{R_m} \quad (166)$$

となる。したがって, 左車輪の DC モータが発生するトルクは

$$T_l = n K_t i_l$$

$$= \frac{n K_t}{R_m} v_l - \frac{n K_t K_b}{R_m} (\dot{\theta}_l - \dot{\psi}) \quad (167)$$

となり, DC モータ回転する方向を正方向とし, 車体と回転軸間の摩擦から発生するトルクは

$$T_{ml} = -f_m (\dot{\theta}_l - \dot{\psi}) \quad (168)$$

となる。地面と車輪間の摩擦 (摩擦係数 f_w) から発生するトルクは

$$T_{wl} = -f_w \dot{\theta}_l \quad (169)$$

となり, 左車輪の回転角度 θ_l に対する一般化力は次式で表される。

$$F_{\theta_l} = T_l + T_{ml} + T_{wl}$$

$$= \frac{n K_t}{R_m} v_l - \frac{n K_t K_b}{R_m} (\dot{\theta}_l - \dot{\psi}) - f_m (\dot{\theta}_l - \dot{\psi}) - f_w \dot{\theta}_l. \quad (170)$$

同様に右車輪の回転角度 θ_r に対する一般化力は次式で表される。

$$F_{\theta_r} = \frac{n K_t}{R_m} v_r - \frac{n K_t K_b}{R_m} (\dot{\theta}_r - \dot{\psi}) - f_m (\dot{\theta}_r - \dot{\psi}) - f_w \dot{\theta}_r. \quad (171)$$

次に, 車体の傾斜角度 ψ に対する一般化力は次式で表される。

$$\begin{aligned}
F_\psi &= -T_l - T_{ml} - T_r - T_{mr} \\
&= -\frac{nK_t}{R_m}(v_l + v_r) + \left(\frac{nK_t K_b}{R_m} + f_m \right) (\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r) - 2 \left(\frac{nK_t K_b}{R_m} + f_m \right) \dot{\psi}. \quad (172)
\end{aligned}$$

そして、左 DC モータの回転がヨー軸に対するトルクは

$$\begin{aligned}
F_{\phi_l} &= -\frac{W}{2R} F_{\theta_l} \\
&= -\frac{W}{2R} \left(\frac{nK_t}{R_m} v_l - \frac{nK_t K_b}{R_m} (\dot{\theta}_l - \dot{\psi}) - f_m (\dot{\theta}_l - \dot{\psi}) - f_w \dot{\theta}_l \right) \quad (173)
\end{aligned}$$

となり、右 DC モータの回転がヨー軸に対するトルクは

$$\begin{aligned}
F_{\phi_r} &= \frac{W}{2R} F_{\theta_r} \\
&= \frac{W}{2R} \left(\frac{nK_t}{R_m} v_r - \frac{nK_t K_b}{R_m} (\dot{\theta}_r - \dot{\psi}) - f_m (\dot{\theta}_r - \dot{\psi}) - f_w \dot{\theta}_r \right) \quad (174)
\end{aligned}$$

となる。したがって、車体の回転角度 ϕ に対する一般化力は次式で表される。

$$\begin{aligned}
F_\phi &= F_{\phi_l} + F_{\phi_r} \\
&= \frac{nK_t W}{2RR_m} (v_r - v_l) - \frac{W^2}{2R^2} \left(\frac{nK_t K_b}{R_m} + f_m + f_w \right) \dot{\phi}. \quad (175)
\end{aligned}$$

式(159)-(162)及び式(170)-(172), (175)をまとめて記述すると、二輪型倒立振り子ロボットの運動方程式は次式のようなになる。

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13}(\psi) & 0 \\ e_{21} & e_{22} & e_{23}(\psi) & 0 \\ e_{31}(\psi) & e_{32}(\psi) & e_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{44}(\psi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_l \\ \ddot{\theta}_r \\ \ddot{\psi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} f_{11} & 0 & f_{13} & 0 \\ 0 & f_{11} & f_{13} & 0 \\ f_{13} & f_{13} & -2f_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{W^2}{2R^2} f_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_l \\ \dot{\theta}_r \\ \dot{\psi} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_l \\ \theta_r \\ \psi \\ \phi \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} h_{11} & 0 \\ 0 & h_{11} \\ -h_{11} & -h_{11} \\ h_{41} & -h_{41} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_l \\ v_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1(\psi, \dot{\psi}) \\ d_2(\psi, \dot{\psi}) \\ d_3(\psi, \dot{\phi}) \\ d_4(\psi, \dot{\psi}, \dot{\phi}) \end{bmatrix}. \quad (176)
\end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
e_{11} &= \frac{1}{2}mR^2 + \frac{1}{4}MR^2 + J_w + n^2J_m, \\
e_{12} &= \frac{1}{2}mR^2 + \frac{1}{4}MR^2, \\
e_{13}(\psi) &= \frac{1}{2}MLR \cos \psi - n^2J_m, \\
e_{21} &= \frac{1}{2}mR^2 + \frac{1}{4}MR^2, \\
e_{22} &= \frac{1}{2}mR^2 + \frac{1}{4}MR^2 + J_w + n^2J_m, \\
e_{23}(\psi) &= \frac{1}{2}MLR \cos \psi - n^2J_m, \\
e_{31}(\psi) &= \frac{1}{2}MLR \cos \psi - n^2J_m, \\
e_{32}(\psi) &= \frac{1}{2}MLR \cos \psi - n^2J_m, \\
e_{33} &= ML^2 + J_\psi + 2n^2J_m, \\
e_{44}(\psi) &= \frac{1}{2}mW^2 + J_\phi + ML^2 \sin^2 \psi, \\
f_{11} &= -\frac{nK_t K_b}{R_m} - f_m - f_w, \\
f_{13} &= \frac{nK_t K_b}{R_m} + f_m, \\
g_{33} &= MgL, \\
h_{11} &= \frac{nK_t}{R_m}, \\
h_{41} &= -\frac{nK_t W}{2R_m R}, \\
d_1(\psi, \dot{\psi}) &= \frac{1}{2}MLR\dot{\psi}^2 \sin \psi, \\
d_2(\psi, \dot{\psi}) &= \frac{1}{2}MLR\dot{\psi}^2 \sin \psi, \\
d_3(\psi, \dot{\phi}) &= MgL(\sin \psi - \psi) + ML^2\dot{\phi}^2 \sin \psi \cos \psi, \\
d_4(\psi, \dot{\psi}, \dot{\phi}) &= -2ML^2\dot{\psi}\dot{\phi} \sin \psi \cos \psi
\end{aligned}$$

となる。

式(176)を簡略化すると、二輪型倒立振子ロボットの運動方程式は以下に示す。

$$E \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_l \\ \ddot{\theta}_r \\ \ddot{\psi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} \dot{\theta}_l \\ \dot{\theta}_r \\ \dot{\psi} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + G \begin{bmatrix} \theta_l \\ \theta_r \\ \psi \\ \phi \end{bmatrix} + H \begin{bmatrix} v_l \\ v_r \end{bmatrix} + D. \quad (177)$$

E の逆行列 E^{-1} を式(177)の両側にかけて

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_l \\ \ddot{\theta}_r \\ \ddot{\psi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = E^{-1}F \begin{bmatrix} \dot{\theta}_l \\ \dot{\theta}_r \\ \dot{\psi} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + E^{-1}G \begin{bmatrix} \theta_l \\ \theta_r \\ \psi \\ \phi \end{bmatrix} + E^{-1}H \begin{bmatrix} v_l \\ v_r \end{bmatrix} + E^{-1}D \quad (178)$$

が得られる。ここで,

$$E^{-1} = \frac{1}{\det E} \tilde{E}, \quad (179)$$

ただし,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\det E} = \frac{1}{e_{44}(\psi)\tilde{e}_{44}}, \\ \tilde{E} = \begin{bmatrix} \tilde{e}_{11} & \tilde{e}_{12} & \tilde{e}_{13} & 0 \\ \tilde{e}_{21} & \tilde{e}_{22} & \tilde{e}_{23} & 0 \\ \tilde{e}_{31} & \tilde{e}_{32} & \tilde{e}_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{e}_{44} \end{bmatrix}, \\ \left\{ \begin{array}{l} \tilde{e}_{11} = e_{22}e_{33}e_{44}(\psi) - e_{23}(\psi)e_{32}(\psi)e_{44}(\psi), \\ \tilde{e}_{12} = e_{44}(\psi)e_{13}(\psi)e_{32}(\psi) - e_{12}e_{33}e_{44}(\psi), \\ \tilde{e}_{13} = e_{12}e_{23}(\psi)e_{44}(\psi) - e_{44}(\psi)e_{13}(\psi)e_{22}, \\ \tilde{e}_{21} = e_{23}(\psi)e_{31}(\psi)e_{44}(\psi) - e_{21}e_{33}e_{44}(\psi), \\ \tilde{e}_{22} = e_{11}e_{33}e_{44}(\psi) - e_{13}(\psi)e_{31}(\psi)e_{44}(\psi), \\ \tilde{e}_{23} = e_{44}(\psi)e_{13}(\psi)e_{21} - e_{11}e_{23}(\psi)e_{44}(\psi), \\ \tilde{e}_{31} = e_{21}e_{32}(\psi)e_{44}(\psi) - e_{22}e_{31}(\psi)e_{44}(\psi), \\ \tilde{e}_{32} = e_{44}(\psi)e_{12}e_{31}(\psi) - e_{11}e_{32}(\psi)e_{44}(\psi), \\ \tilde{e}_{33} = e_{11}e_{22}e_{44}(\psi) - e_{44}(\psi)e_{12}e_{21}, \\ \tilde{e}_{44} = e_{11}e_{22}e_{33} + e_{12}e_{23}(\psi)e_{31}(\psi) + e_{13}(\psi)e_{21}e_{32}(\psi) \\ - e_{13}(\psi)e_{22}e_{31}(\psi) - e_{23}(\psi)e_{32}(\psi)e_{11} - e_{33}e_{12}e_{21}. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

5.3.3 二輪型倒立振子ロボットの状態方程式

本研究では, 二輪型倒立振子ロボットの状態を

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta_l(t) \\ \theta_r(t) \\ \psi(t) \\ \phi(t) \\ \dot{\theta}_l(t) \\ \dot{\theta}_r(t) \\ \dot{\psi}(t) \\ \dot{\phi}(t) \end{bmatrix} \quad (180)$$

と選択し、制御入力を

$$u(t) = \begin{bmatrix} v_l(t) \\ v_r(t) \end{bmatrix} \quad (181)$$

と選択し、出力を

$$y(t) = \begin{bmatrix} \theta_l(t) \\ \theta_r(t) \\ \psi(t) \\ \phi(t) \end{bmatrix} \quad (182)$$

と選ぶと、二輪型倒立振り子ロボットの運動方程式が以下の状態方程式に変換する。

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(x)x(t) + B(x)u(t), \\ y(t) = C(x)x(t). \end{cases} \quad (183)$$

ここで、

$$A(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a_{53}(x) & 0 & a_{55}(x) & a_{56}(x) & a_{57}(x) & a_{58}(x) \\ 0 & 0 & a_{63}(x) & 0 & a_{65}(x) & a_{66}(x) & a_{67}(x) & a_{68}(x) \\ 0 & 0 & a_{73}(x) & 0 & a_{75}(x) & a_{76}(x) & a_{77}(x) & a_{78}(x) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{88}(x) \end{bmatrix},$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_{51}(x) & b_{52}(x) \\ b_{61}(x) & b_{62}(x) \\ b_{71}(x) & b_{72}(x) \\ b_{81}(x) & b_{82}(x) \end{bmatrix},$$

$$C(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

ただし,

$$a_{53}(x) = \frac{1}{\det E} (\tilde{e}_{13}g_{33} + \tilde{e}_{13}j_{31}),$$

$$a_{55}(x) = \frac{1}{\det E} (\tilde{e}_{11}f_{11} + \tilde{e}_{13}f_{13}),$$

$$a_{56}(x) = \frac{1}{\det E} (\tilde{e}_{12}f_{11} + \tilde{e}_{13}f_{13}),$$

$$a_{57}(x) = \frac{1}{\det E} (\tilde{e}_{11}f_{13} + \tilde{e}_{12}f_{13} - 2\tilde{e}_{13}f_{13} + \tilde{e}_{11}j_1 + \tilde{e}_{12}j_2),$$

$$a_{58}(x) = \frac{1}{\det E} \tilde{e}_{13}j_{32},$$

$$a_{63}(x) = \frac{1}{\det E} (\tilde{e}_{23}g_{33} + \tilde{e}_{23}j_{31}),$$

$$a_{65}(x) = \frac{1}{\det E} (\tilde{e}_{21}f_{11} + \tilde{e}_{23}f_{13}),$$

$$a_{66}(x) = \frac{1}{\det E} (\tilde{e}_{22}f_{11} + \tilde{e}_{23}f_{13}),$$

$$a_{67}(x) = \frac{1}{\det E} (\tilde{e}_{21}f_{13} + \tilde{e}_{22}f_{13} - 2\tilde{e}_{23}f_{13} + \tilde{e}_{21}j_1 + \tilde{e}_{22}j_2),$$

$$a_{68}(x) = \frac{1}{\det E} \tilde{e}_{23}j_{32},$$

$$a_{73}(x) = \frac{1}{\det E} (\tilde{e}_{33}g_{33} + \tilde{e}_{33}j_{31}),$$

$$a_{75}(x) = \frac{1}{\det E} (\tilde{e}_{31}f_{11} + \tilde{e}_{33}f_{13}),$$

$$a_{76}(x) = \frac{1}{\det E} (\tilde{e}_{32}f_{11} + \tilde{e}_{33}f_{13}),$$

$$\begin{aligned}
a_{77}(x) &= \frac{1}{\det E} (\tilde{e}_{31}f_{13} + \tilde{e}_{32}f_{13} - 2\tilde{e}_{33}f_{13} + \tilde{e}_{31}j_1 + \tilde{e}_{32}j_2), \\
a_{78}(x) &= \frac{1}{\det E} \tilde{e}_{33}j_{32}, \\
a_{88}(x) &= \frac{1}{\det E} \left(\frac{W^2}{2R^2} \tilde{e}_{44}f_{11} + \tilde{e}_{44}j_4 \right), \\
b_{51}(x) &= \frac{1}{\det E} (\tilde{e}_{11}h_{11} - \tilde{e}_{13}h_{11}), \\
b_{52}(x) &= \frac{1}{\det E} (\tilde{e}_{12}h_{11} - \tilde{e}_{13}h_{11}), \\
b_{61}(x) &= \frac{1}{\det E} (\tilde{e}_{21}h_{11} - \tilde{e}_{23}h_{11}), \\
b_{62}(x) &= \frac{1}{\det E} (\tilde{e}_{22}h_{11} - \tilde{e}_{23}h_{11}), \\
b_{71}(x) &= \frac{1}{\det E} (\tilde{e}_{31}h_{11} - \tilde{e}_{33}h_{11}), \\
b_{72}(x) &= \frac{1}{\det E} (\tilde{e}_{32}h_{11} - \tilde{e}_{33}h_{11}), \\
b_{81}(x) &= \frac{1}{\det E} \tilde{e}_{44}h_{41}, \\
b_{82}(x) &= -\frac{1}{\det E} \tilde{e}_{44}h_{41}, \\
j_1(\psi, \dot{\psi}) &= \frac{1}{2} MLR\dot{\psi} \sin \psi, \\
j_2(\psi, \dot{\psi}) &= \frac{1}{2} MLR\dot{\psi} \sin \psi, \\
j_{31}(\psi) &= \frac{MgL(\sin \psi - \psi)}{\psi}, \\
j_{32}(\psi, \dot{\phi}) &= ML^2\dot{\phi} \sin \psi \cos \psi, \\
j_4(\psi, \dot{\psi}) &= -2ML^2\dot{\psi} \sin \psi \cos \psi.
\end{aligned}$$

本研究では、等価入力外乱手法により式(183)を線形部分及び非線形部分に分け、以下のように表現する。

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \delta(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \quad (184)$$

ここで、行列 A , B , C は二輪型倒立振り子ロボットが倒立安定、すなわち、車体の傾斜角度は 0 の時に、システムにおける線形部分で、残る部分をすべてシステムにおける非線形部分と見立て、

$$\delta(t) = [A(x) - A]x(t) + [B(x) - B]u(t) \quad (185)$$

で表す。本研究では、この非線形特性は状態依存性外乱として考え、等価入力外乱手法に基づいた運動制御系の設計法を用い、システムの安定性を確保する上、非線形特性を推定し、出力への影響を抑え、システムの制御性能を向上させる。

5.4 運動制御系のシミュレーション検証

等価入力外乱手法は、マッチング条件を満たす外乱だけでなく、マッチング条件を満たさない外乱の出力に対する影響も補償できる。本節では、等価入力外乱手法のこの特徴を生かして、二輪型倒立振子ロボットの運動制御系のシミュレーションにより、その有効性を検証する。

5.4.1 シミュレータの構築

等価入力外乱手法に基づいた運動制御系の Simulink モデルと、式(183)による二輪型倒立振子ロボット NXTway-GS のモデルと、シミュレーションを実行するための m ファイルを「付録 7」に示す。

5.4.2 シミュレーションの結果解析

本節では、二輪型倒立振子ロボットの回転運動制御についてシミュレーションを行う。二輪型倒立振子ロボットの回転運動制御といえば、左車輪と右車輪の動きにより、回転運動の軌道が違い、3種類がある。一つ目は、左車輪と右車輪が同じスピードで、1つの車輪を正回転させ、もう1つの車輪を逆転させる最小半径の回転運動軌跡である。二つ目は、1つの車輪を固定して、もう1つの車輪を正回転させる回転運動軌跡である。三つ目は、違うスピードで両方の車輪を正回転させる回転運動軌跡である。本研究では、制御入力の初期値をゼロに設定し、二つ目の回転運動軌跡についてシミュレーションを作成した。

式(184)における二輪型倒立振子ロボットの線形パラメータは以下に示す。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -409.72 & 0 & -448.06 & 283.58 & 162.13 & 0 \\ 0 & 0 & -409.72 & 0 & 283.58 & -448.06 & 162.13 & 0 \\ 0 & 0 & 269.63 & 0 & 39.56 & 39.56 & -78.15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -112.53 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 854.41 & -539.25 \\ -539.25 & 854.41 \\ -75.96 & -75.96 \\ -61.24 & 61.24 \end{bmatrix}, \quad (186)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

目標入力を単位ランプ信号とすると，等価入力外乱手法に基づいた運動制御系の内部モデルは

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (187)$$

となる。式(13)におけるローパスフィルタ $F(s)$ は

$$F(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.99}{0.001s+1} & 0 \\ 0 & \frac{0.99}{0.001s+1} \end{bmatrix} \quad (188)$$

と選び，式(130)と(135)のパラメータは

$$\begin{cases} Q_k = \text{diag}([1 & 40 & 1 & 1 & 1 & 2.2 & 1 & 1 & 5 \times 10^6 & 1]), \\ R_k = I_2, \end{cases} \quad (189)$$

$$\begin{cases} Q_L = \text{diag}([0.075 & 0.0716 & 0.015 & 1 & 1 & 1 & 76 & 1]), \\ R_L = I_4, \quad \rho = 10^3 \end{cases} \quad (190)$$

と選定する。MATLAB の関数 `lqr`，`eig` と `norm` を使って，状態フィードバックゲイン K_R ， K_p と状態オブザーバゲイン L は

$$K_p = \begin{bmatrix} 0.095 & 3.8 & 55.5 & 38 & 0.84 & 1.59 & 5.9 & 0.42 \\ 0.124 & 4.9 & 81.2 & -56.6 & 2.04 & 1.15 & 8.9 & -0.55 \end{bmatrix},$$

$$K_R = \begin{bmatrix} -1771.7 & -396.5 \\ 1364.3 & 363 \end{bmatrix}, \quad (191)$$

$$L = \begin{bmatrix} 13.6 & 5 & 6.9 & 0 \\ 5 & 13.5 & 7 & 0 \\ 6.9 & 7 & 16.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 31.6 \\ 92 & 92.5 & 134.6 & 0 \\ 92 & 92.5 & 134.6 & 0 \\ 112 & 112.6 & 182.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.03 \end{bmatrix} \quad (192)$$

と求められる。

上記で求めたパラメータを式(125)に代入すると、 A_D の固有値は -1915.6 , -457.6 , -117.7 , $-4.4 \pm 7.5j$, $-2e-14$, -3.3 , $-7.9 \pm 1.2j$, -8.8 , -731.6 , -244.9 , -112.5 , $-15.8 \pm 23.2j$, -0.002 , -31.6 , -8.6 , -11.6 , -10 になり、 $M(s)$ は内部安定である。また、

$$\|M\|_{\infty} = 0.9996 < 1 \quad (193)$$

が得られる。したがって、安定条件 1), 2)が満たされ、等価入力外乱手法に基づいた運動制御系は安定である。

二輪型倒立振り子ロボットの状態に依存する非線形特性と、等価入力外乱手法により推定された非線形補償成分をそれぞれ Fig. 5.6, Fig. 5.7 に示す。図に示すように、非線形特性は制御入力と違うチャンネルから印加され、また、非線形特性の印加チャンネルの数も制御入力の印加チャンネルの数と違う。このようなものはマッチング条件を満たさない外乱である。非線形特性はシステムの状態に依存するため、推定された非線形補償成分を用いて、非線形特性を直接に打ち消すことはできないが、非線形補償成分を制御入力チャネ

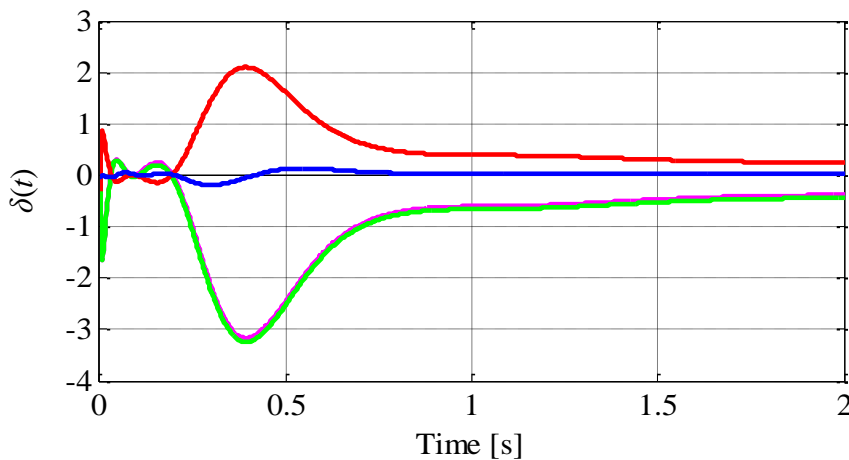


Fig. 5.6: Nonlinearities in wheeled inverted pendulum.

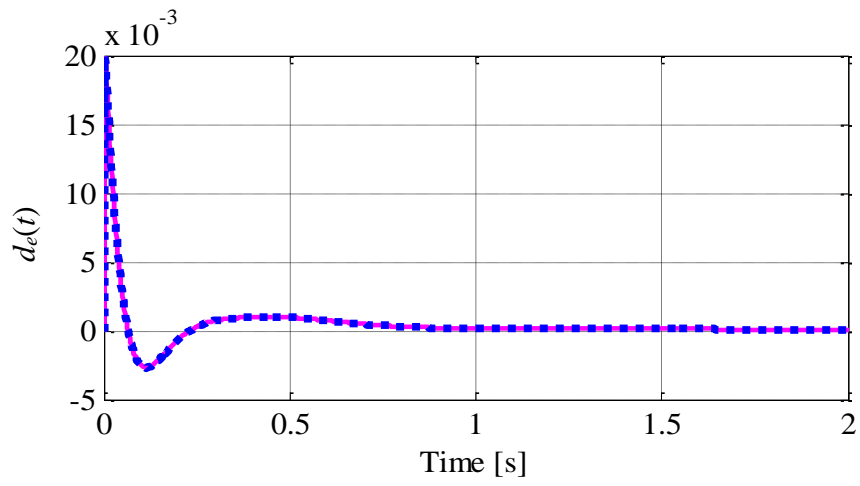


Fig. 5.7: Compensation components of nonlinearities.

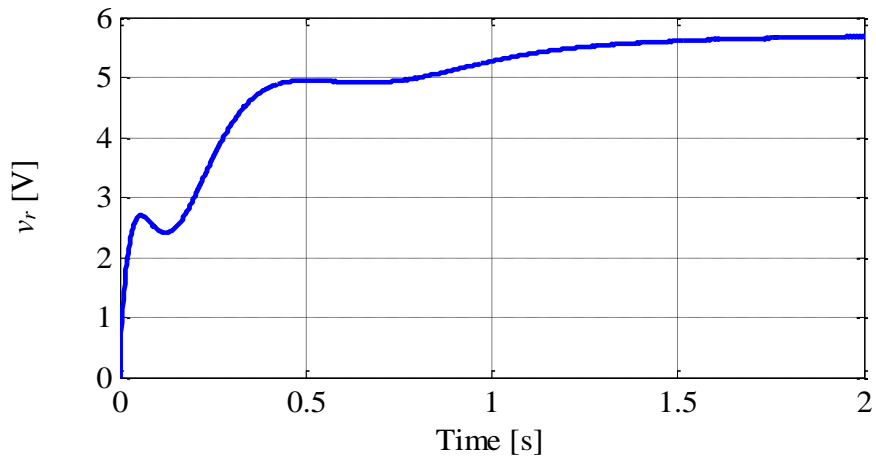
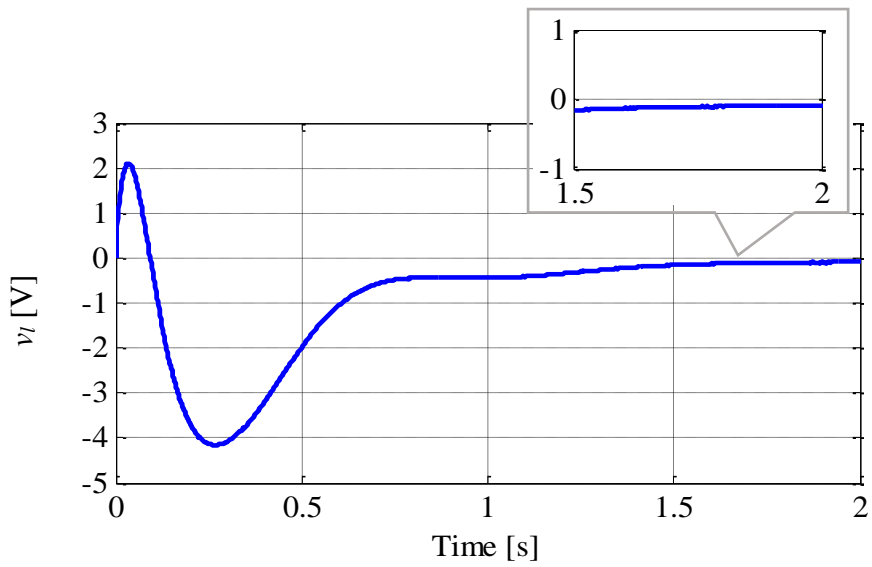


Fig. 5.8: Control input without EID compensation.

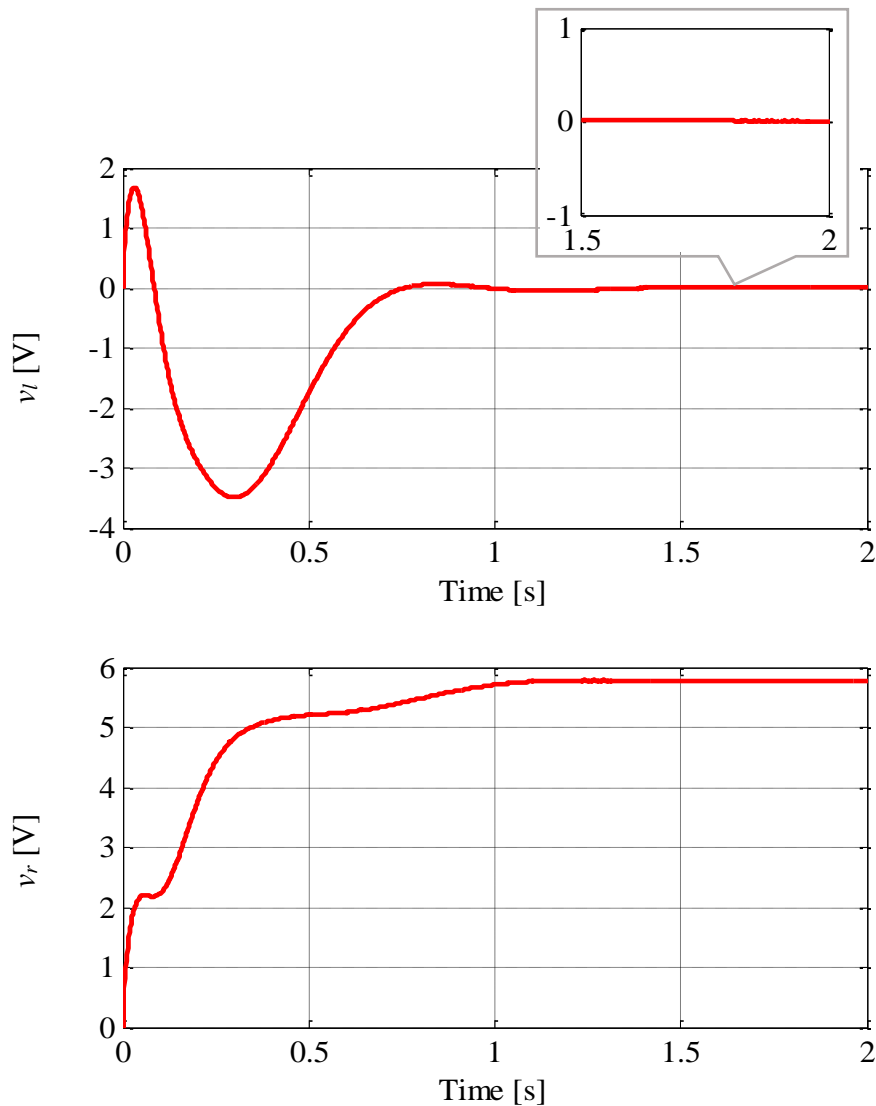


Fig. 5.9: Control input with EID compensation.

ルに印加し、従来のサーボ系の制御則と融合することにより、非線形特性が出力に及ぼす影響を抑えることができる。

非線形補償成分を制御入力チャンネルに印加しない場合と印加する場合を、それぞれ Fig. 5.8, Fig. 5.9 に示す。Fig. 5.8 と Fig. 5.9 と比べ、等価入力外乱手法を用いてない場合、左モータに与える電圧は 0 V に収束しなかった。一方、等価入力外乱手法を用いた場合、左モータに与える電圧は 0 V に収束した。この違いがシステムの入力に大きな影響を与え、その結果を Fig. 5.10-Fig. 5.13 に表示する。

まず、Fig. 5.10 と Fig. 5.11 に示すように、二輪型倒立振り子ロボットの回転運動制御について、両方とも達成した。しかし、等価入力外乱手法を用いない場合 (Fig. 5.12) , 左モータに与える電圧は 0 V に収束しなかったため、左車輪はずっと逆転する状態になっており、ロボットは予想の軌道通りに走行

できず、だんだんずれてしまった。それに対して、等価入力外乱手法を用いて推定した非線形補償成分を制御入力チャンネルに印加することにより、非線形特性は出力への影響が抑えられたため、等価入力外乱手法を用いる場合 (Fig. 5.13), 左車輪は約 0.7 s に回転が止まり、ロボットは最終的に予想の軌道に収束して走行した。すなわち、等価入力外乱手法を用いる場合の方が優れている。この結果より、等価入力外乱手法はマッチング条件を満たさない外乱の出力に対する影響が補償できることを確認することができた。

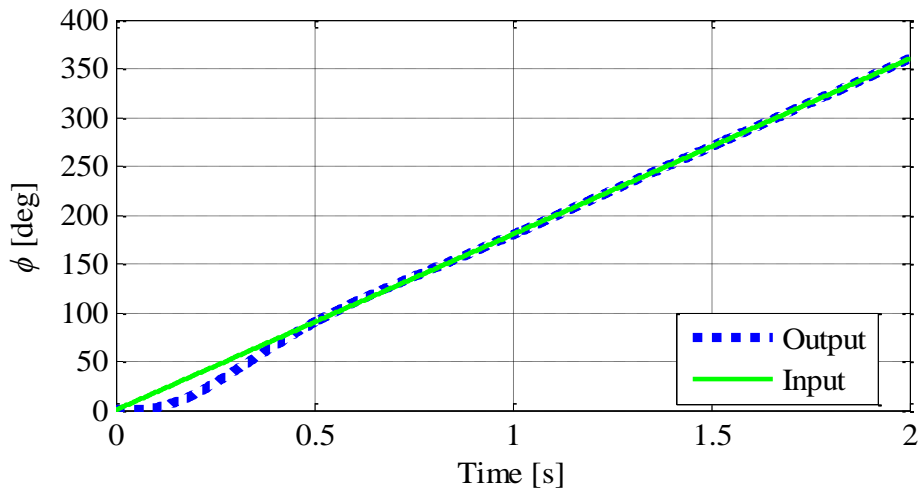


Fig. 5.10: Input and output without EID compensation.

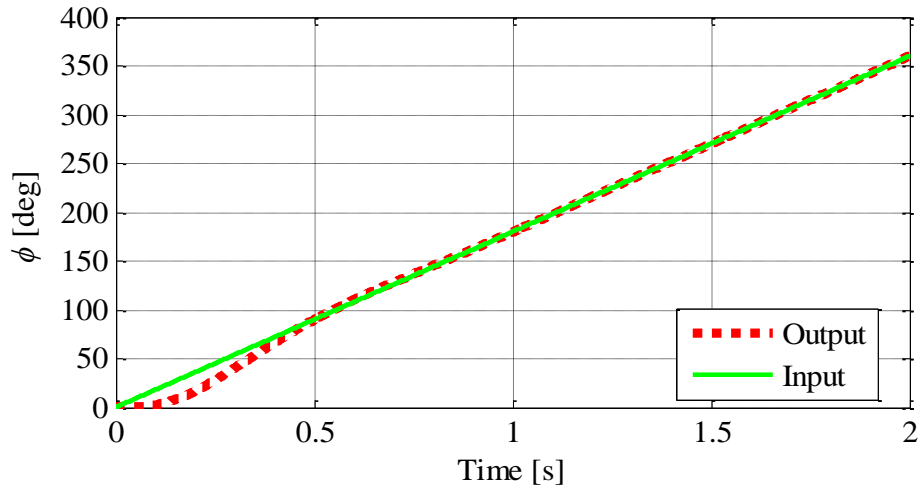


Fig. 5.11: Input and output with EID compensation.

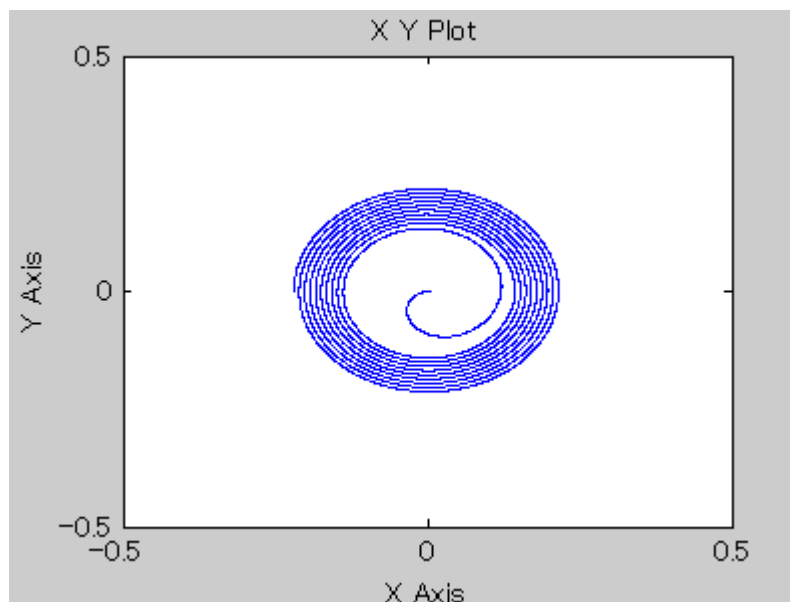
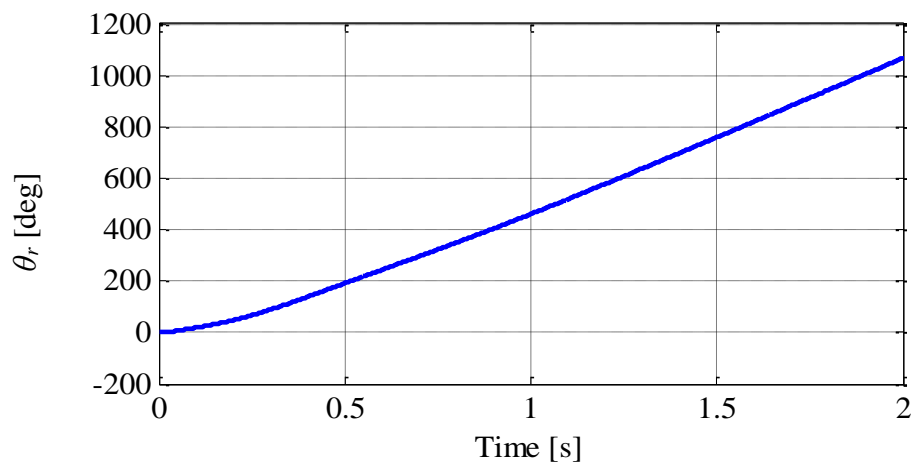
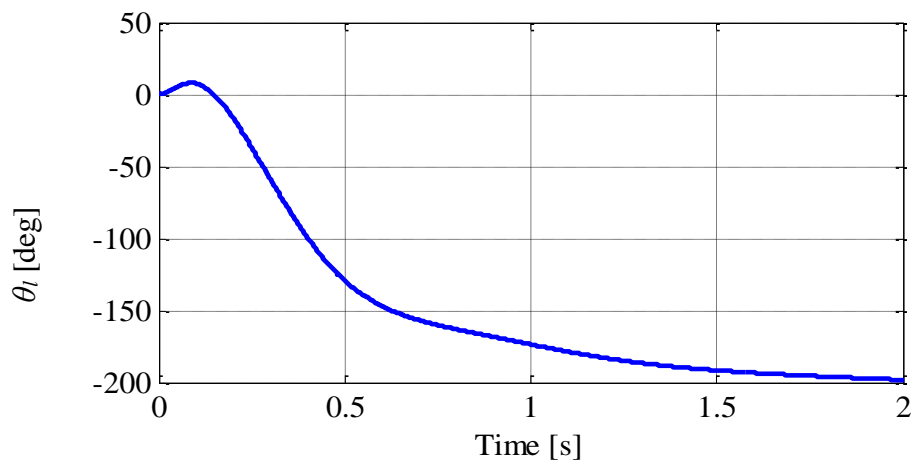


Fig. 5.12: Response without EID compensation.

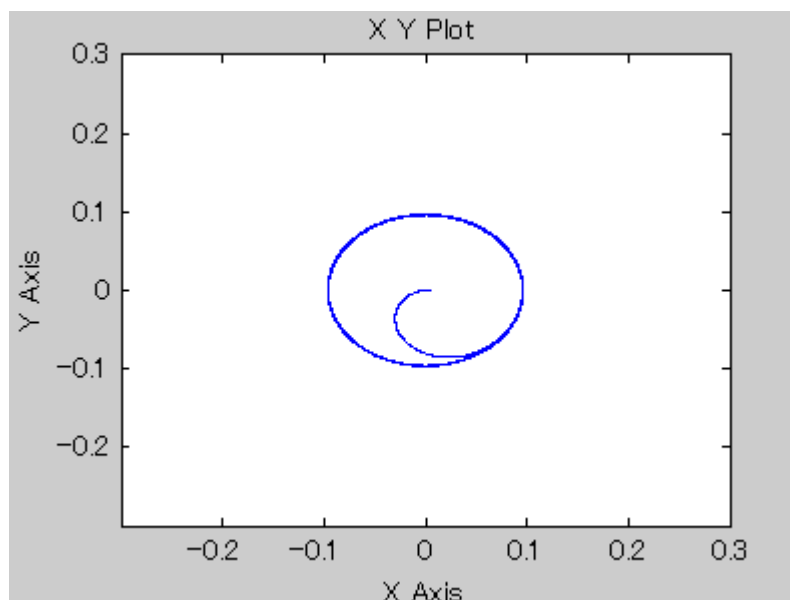
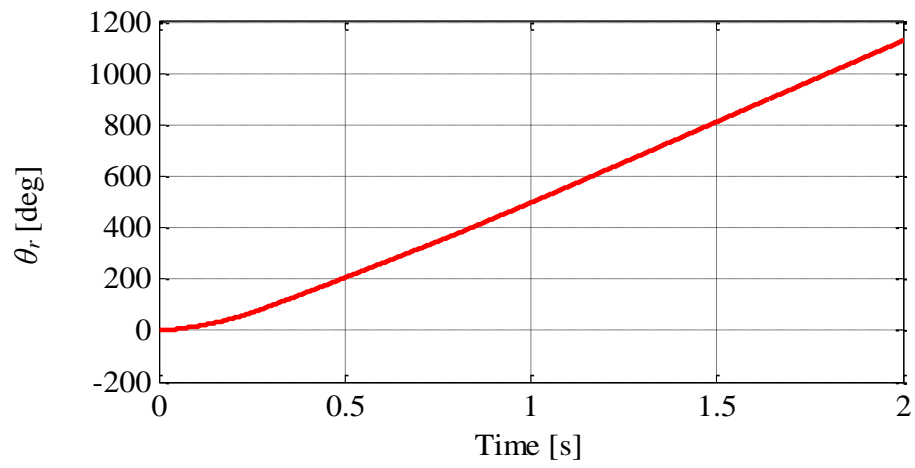
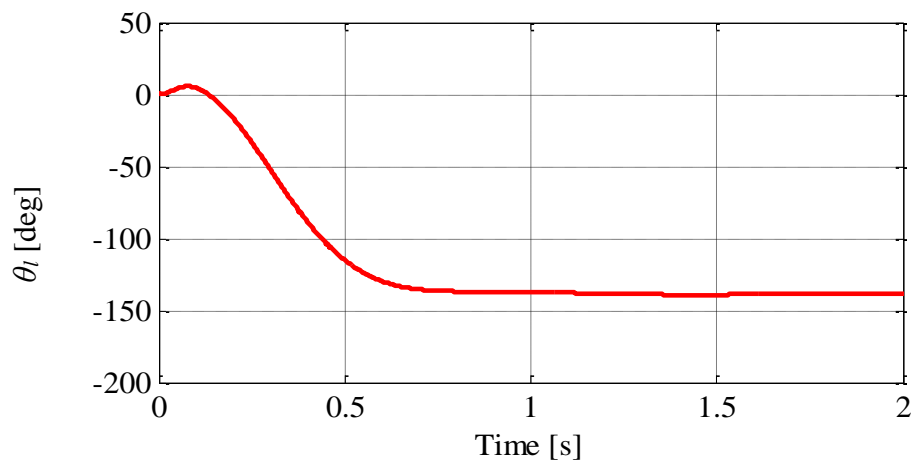


Fig. 5.13: Response with EID compensation.

第6章 おわりに

本章では、本研究のまとめと今後の展望について述べる。

6.1 本研究のまとめ

本研究では、まず、等価入力外乱に基づく非線形特性の推定・補償法を提案した。次に、低次元オブザーバに基づく等価入力外乱手法を提案した。さらに、等価入力外乱手法を用いた非線形メカトロニクスシステムの運動制御を提案した。

等価入力外乱とは、制御出力に対して、実際の外乱と同じ効果をもたらす制御入力チャンネルにおける制御入力信号のことである。等価入力外乱手法は元々外乱除去する方法として提案され、本研究ではその手法を非線形特性の補償問題に拡張した。具体的に、メカトロニクスシステムの制御系設計を行う際には、システムが有する様々な不確かさを補償する必要がある。そのうち、入力信号の不感帯の存在または状態に依存する非線形摩擦は多くのアクチュエータに固有する非線形特性であり、制御性能を劣化させることが知られている。本研究では、まず、システムの強い非線形特性を入力または状態依存性外乱として見立て、非線形補償問題を外乱除去問題に変換する。次に、制御対象の線形部分システムの状態オブザーバを構築し、状態オブザーバにより推定された線形部分システムの情報を生かして、等価入力外乱推定器を用いて非線形特性を推定する。そして、ローパスフィルタを使用し、外乱推定の角周波数帯域を選択することにより、高い角周波数帯域におけるノイズを除去し、推定精度を確保する。さらに、推定された非線形補償成分を制御入力チャンネルに印加し、従来のサーボ系の制御則と融合することにより、システムに存在する非線形特性を補償し、制御性能を向上させる。

等価入力外乱に基づく非線形特性の推定・補償を行うシステムの安定性を保証し、出力に対して、等価入力外乱と非線形特性と同じ効果をもたらすために、本研究では、ローパスフィルタ及び状態オブザーバについて設計した。特に、等価入力外乱にあるローパスフィルタの特性と非線形補償精度との関係について考察し、ローパスフィルタの時定数より、システムに存在する非線形特性の補償精度を調整することができ、時定数が小さくすると、非線形特性が出力への影響がより抑えられることを明らかにした。さらに、本研究はメカトロニクス系に広く存在する不感帯と非線形摩擦を例に、回転制御系を対象にシミュレーションと実験を行い、等価入力外乱手法の有効性を検証した。

本研究では、同一次元オブザーバを用いて等価入力外乱により非線形特性の推定・補償を行う手法を説明し、その有効性を示した。一方、制御対象の次数が高い場合、オブザーバの次数も高くなる。それにより、計算コストは高くなるだけでなく、制御のリアルタイム性を保証することは難しくなる場

合もある。そのため、システムの構造を吟味し、低次元オブザーバを設計し、それを用いて等価入力外乱を推定することにより、非線形特性の推定・補償法を提案した。具体的に、まず、低次元オブザーバを用いて等価入力外乱の推定可能条件とその構造を明らかにした。次に、低次元オブザーバに基づく等価入力外乱推定・補償器の設計法を説明した。また、回転制御システムを例に、シミュレーションと実験を通して、本研究で提案した手法を検証し、低次元オブザーバを利用した等価入力外乱の推定・抑制効果を示し、その外乱推定・抑制効果は同一次元オブザーバのものとはほぼ同等であることを示した。最後、等価入力外乱手法とほかの非線形補償手法と比べ、本手法の簡便性と優位性を明らかにした。従来手法と比べ、等価入力外乱に基づく非線形特性の推定・補償法の特徴は、以下の通りである。

- 1) 等価入力外乱に基づく非線形特性の推定・補償法が幅広い非線形特性に対して統一した枠組みで取り扱うことができる。
- 2) 非線形特性に関して、そのパラメータと内部状態を調べずに、角周波数帯域において、その影響を事前に見積ることが可能であり、ローパスフィルタを設計することにより、非線形特性の補償精度が指定できる。
- 3) 制御対象を線形部分システムと非線形特性に分離して考え、線形部分システムの状態オブザーバを用いて非線形特性を推定するため、非線形推定は非常にシンプルである。
- 4) 線形部分システムを用いて制御系を構築しているため、非線形特性に対する補償器の構造及び設計は非常に簡単である。しかも、線形部分システムの状態オブザーバの設計も簡単である。
- 5) 非線形補償性能のロバスト性は高い。非線形特性変動のリアルタイムでの推定・補償が可能である。

非線形特性はシステムの入力または状態に依存するため、推定された非線形補償成分を用いて、非線形特性を直接に打ち消すことはできない。また、非線形特性の印加チャンネルの数も非線形補償成分の印加チャンネルの数と違う可能性がある。そのため、等価入力外乱手法は従来手法とまったく違う発想から取り組み、推定された等価入力外乱を制御入力チャンネルに印加し、従来のサーボ系の制御則と融合し、非線形特性が出力への影響を抑えることにより、システムの非線形特性を補償する。要するに、等価入力外乱手法はマッチング条件を満たす外乱だけでなく、マッチング条件を満たさない外乱の出力に対する影響も補償できる。本研究では、等価入力外乱手法のこの特徴を生かして、非線形システムの非線形特性を補償することにより、メカトロニクス系の運動制御に拡張した。

等価入力外乱手法に基づいた運動制御系は、従来のサーボ系、すなわち、「内部モデル」、「状態オブザーバ」及び「状態フィードバックコントローラ」と、等価入力外乱を推定する「等価入力外乱推定器」を融合するものと考えられる。また、等価入力外乱手法を用いた運動制御系の設計において、系の安定性だけを考える限り分離定理が成り立つ。すなわち、状態フィード

バックゲインの設計と、状態オブザーバのゲイン及びローパスフィルタの設計を独立に行うことが可能である。本研究では、非線形システム安定性の立場から、等価入力外乱手法に基づいた運動制御系の安定条件を導出した。さらに、その安定条件をもとに状態フィードバックと状態オブザーバとローパスフィルタの設計について検討し、制御系の設計法を提案した。最後、典型的な非線形メカトロニクスシステムである二輪型倒立振子ロボット NXTway-GS の倒立・走行制御シミュレーションにより等価入力外乱手法の有効性を検証した。

6.2 今後の課題

本研究における上記のような成果を踏まえた上で、なお以下のような課題があると考えられる。

まず、等価入力外乱手法による非線形特性の推定・補償法の生産現場への実用化のために、等価入力外乱として表現できるロバストオブザーバと推定器の設計法について、具体的に検討し、これらの理論を体系化し、設計論として樹立する必要がある。

次に、等価入力外乱推定・補償システムは生物制御、スマートグリッド制御（風力発電・太陽光発電システム）などへの適用性が高いと予想している。そこで、その応用を検証する必要がある。

謝 辞

本研究を遂行し学位論文をまとめるに当たり、多くのご支援と指導を賜りました指導教員である余 錦華教授に深く感謝しております。時に応じて、厳しくご指導いただいたこと、またやさしく励ましてくださったことを通して、私自身の至らなさを実感することができたことは今後の努力の糧になるものであります。また、博士課程への進学及び研究全般にわたる多大なご支援と指導を賜りました大山 恭弘教授、松尾 芳樹教授、福島 E.文彦教授、三田 俊裕准教授に深く感謝しております。博士課程後期進学前から現在にわたり温かく見守っていただくとともに、多くのご支援を賜りました亀田 弘之教授、陳 淑梅教授に深く感謝しております。

本研究を遂行するに当たり、日々の研究だけでなく多くのご指導をしていただき、辛抱強く見守ってくださった張 傑博士、丁 敏博士、今仁 順也氏に深く感謝の意を表すとともに、大山・余研究室の皆様方に厚く御礼申し上げます。

経済的な援助としては、東京工科大学大学院奨学金、文部科学省外国人留学生学習奨励費及び公益財団法人 長谷川留学生奨学財団のお蔭で、博士課程の5年間に生活費に困ることなく研究に専念することができました。改めて感謝いたします。

最後に、これまで自分の思う道を進むことに対し、温かく見守り、辛抱強く支援していただいた両親、そして心の支えとなってくくださった陸 立鶴氏には深く感謝の意を表して謝辞と致します。

参考文献

- [1] 鈴木 正之, 「多変数制御系におけるハイゲインフィードバックの効用」, 計測と制御, Vol. 19, No. 8, pp. 780-788 (1980).
- [2] J. Ishikawa, S. Tei, D. Hoshino, M. Izutsu, and N. Kamamichi, “Friction Compensation Based on the LuGre Friction Model,” *SICE Annual Conference*, pp. 9-12 (2010).
- [3] L. Xu, and B. Yao “Adaptive Robust Control of Mechanical Systems with Non-linear Dynamic Friction Compensation”, *International Journal of Control*, Vol. 81, No. 2, pp. 167-176 (2008).
- [4] J. Hey, C. Kiew, G. Yang, and R. Martinez-Botas, “Model-Based Compensation of Thermal Disturbance in a Precision Linear Electromagnetic Actuator,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 19, No. 5, pp. 1477-1488 (2014).
- [5] G. Pannocchia, and J. B. Rawlings, “Disturbance Models for Offset-Free Model-Predictive Control,” *AIChE Journal*, Vol. 49, No. 2, pp. 426-437 (2003).
- [6] G. Pannocchia, and A. Bemporad, “Combined Design of Disturbance Model and Observer for Offset-Free Model Predictive Control,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 52, No. 6, pp. 1048-1053 (2007).
- [7] 余 錦華, 大山 恭弘, 小林 裕之, 忻 欣, 「等価入力外乱推定による外乱除去性能の向上」, 計測自動制御学会論文集, Vol. 41, No. 10, pp. 797-802 (2005).
- [8] J. She, M. Fang, Y. Ohyama, H. Hashimoto, and M. Wu, “Improving Disturbance-Rejection Performance Based on an Equivalent-Input-Disturbance Approach,” *IEEE Trans. Industrial Electronics*, Vol. 55, pp. 380-389 (2008).
- [9] T. N. Do, T. Tjahjowidodo, M. W. S. Lau, and S. J. Phee “A New Approach of Friction Model for Tendon-Sheath Actuated Surgical Systems: Nonlinear Modelling and Parameter Identification”, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 85, pp. 14-24 (2015).
- [10] H. Yanada, and Y. Sekikawa “Modeling of Dynamic Behaviors of Friction”, *Mechatronics*, Vol. 18, pp. 330-339 (2008).
- [11] 梅野 孝治, 堀 洋一, 「2自由度制御系のパラメトリゼーションに基づくロバストサーボ系の設計」, 電気学会論文誌 (産業応用部門誌), Vol. 109, No. 11, pp. 825-832 (1989).
- [12] 玉置 研二, 大石 潔, 大西 公平, 宮地 邦夫, 「受動的適応制御を用いたDCサーボモータの二自由度制御」, 計測自動制御学会論文集, Vol. 22, No. 11, pp. 1175-1182 (1986).
- [13] J. Han, “Auto Disturbances Rejection Controller and Its Applications,” *Control Decision*, Vol. 13, No. 1, pp. 19-23 (1998). (in Chinese)
- [14] Y. Huang, and W. Xue, “Active Disturbance Rejection Control: Methodology

- and Theoretical Analysis,” *ISA Transactions*, Vol. 53, pp. 963-976 (2014).
- [15] W. Xue, Y. Huang, and Z. Gao, “On ADRC for Non-minimum Phase Systems: Canonical Form Selection and Stability Conditions,” *Control Theory and Technology*, Vol. 14, No. 3, pp. 199-208 (2016).
- [16] 杉山 開路, 丸田 一郎, 杉江 俊治, 「能動的外乱除去制御器を用いた場合の閉ループ系の安定性解析とその応用」, 計測自動制御学会論文集, Vol. 51, No. 7, pp. 494-502 (2015).
- [17] K. J. Åström, and C. C. De Wit, “Revisiting the LuGre Friction Model,” *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 28, pp. 101-114 (2008).
- [18] R.-F. Fung, Ch.-F. Han, and J.-R. Chang, “Dynamic Modeling of a High-Precision Self-Moving Stage with Various Frictional Models,” *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 32, pp. 1769-1780 (2008).
- [19] J. Swevers, F. Al-Bender, C. G. Ganseman, and T. Prajogo, “An Integrated Friction Model Structure with Improved Presliding Behavior for Accurate Friction Compensation,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 45, No. 4, pp. 675-686 (2000).
- [20] V. Lampaert, J. Swevers, and F. Al-Bender, “Modification of the Leuven Integrated Friction Model Structure,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 47, No. 4, pp. 683-687 (2002).
- [21] V. V. Geffen, “A Study of Friction Models and Friction Compensation,” *Traineeship Report* (2009).
- [22] B. Armstrong-Hélouvry, P. Dupont, and C. C. DeWit, “A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction,” *Automatica*, Vol. 30, No. 7, pp. 1083-1138 (1994).
- [23] E. J. Berger, “Friction Modeling for Dynamic System Simulation,” *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 55, No. 6, pp. 535-577 (2002).
- [24] A. Vanossi, N. Manini, M. Urbakh, S. Zapperi, and E. Tosatti, “Modeling Friction: From Nonoscale to Mesoscale,” *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 85, pp. 529-552 (2013).
- [25] L. Freidovich, A. Robertsson, A. Shiriaev, and R. Johansson, “LuGre-Model-Based Friction Compensation,” *IEEE Trans. Control Systems Technology*, Vol. 18, pp. 194-200, (2010).
- [26] W.-F. Xie, “Sliding-Mode-Observer-Based Adaptive Control for Servo Actuator with Friction,” *IEEE Trans. Industrial Electronics*, Vol. 54, pp. 1517-1527 (2007).
- [27] D. D. Rigos and S. D. Fassois, “Friction Identification Based Upon the LuGre and Maxwell Slip Models,” *IEEE Trans. Control Systems Technology*, Vol. 17, No. 1, pp. 153-160 (2009).
- [28] W. Symens, F. Al-Bender, J. Swevers, and H. V. Brussel, “Dynamic Characterization of Hysteresis Elements in Mechanical Systems”, *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 4129-4134 (2002).
- [29] V. Hassani, T. Tjahjowidodo, and T. N. Do, “A Survey on Hysteresis

- Modeling, Identification and Control”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 49, pp. 209-233 (2014).
- [30] A. K. Padthe, J. Oh, and D. S. Bernstein, “On the LuGre Model and Friction-Induced Hysteresis”, *Proceedings of the 2006 American Control Conference*, pp. 3247-3252 (2006).
- [31] 松尾 哲司, 「ヒステリシスのモデリング」, 京都大学工学研究科電気工学専攻, 第11回電磁界数値解析に関するセミナー (2001).
- [32] E. G. Papadopoulos, and G. C. Chasparis, “Analysis and Model-Based Control of Servomechanisms with Friction”, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 126, pp. 911-915 (2004).
- [33] X. Chen, “Robust Control for the Systems preceded by Hysteresis,” *Proceedings of the 25th IASTED International Conference on Modeling, Indentification, and Control*, pp. 173-178 (2006).
- [34] I. Virgala and M. Kelemen, “Experimental Friction Identification of a DC Motor,” *International Journal of Mechanics and Applications*, Vol. 3, pp. 26-30 (2013).
- [35] P. R. DAHL, “A Solid Friction Model”, *Technical report, Space and Missile System Organization Air Force Systems Command* (1968).
- [36] L. Lu, B. Yao, Q. Wang, and Z. Chen, “Adaptive Robust Control of Linear Motors with Dynamic Friction Compensation Using Modified LuGre Model”, *Automatica*, Vol. 45, pp. 2890-2896 (2009).
- [37] R. Dhauouadi, “Torque Control in Harmonic Drives with Nonlinear Dynamic Friction Compensation,” *Journal of Robotics and Mechatronics*, Vol. 16, pp. 388-396 (2004).
- [38] M. R. Popović, D. M. Gorinevsky, and A. A. Goldenberg, “High Precision Positioning of a Mechanism with Nonlinear Friction Using a Fuzzy Logic Pulse Controller,” *IEEE Trans. Control Systems Technology*, Vol. 8, pp. 151-158 (2000).
- [39] 佐藤 和也, 三島 義雄, 鶴田 和寛, 村田 健一, 「摩擦補償を含むリニアスライダの適応型位置決め制御」, 計測自動制御学会論文集, Vol. 40, No. 2, pp. 275-277 (2004).
- [40] C. W. Lee, I. H. Kim, and Y. I. Son, “LuGre Model-Based Adaptive Robust Control of 1 DOF Mechanical Systems Using Only Position Measurement”, *15th International Conference on Control, Automation and Systems*, pp. 1036-1041 (2015).
- [41] 佐藤 和也, 鶴田 和寛, 正司 啓人, 「繰返し動作を考慮に入れたリニアスライダの適応型摩擦補償制御」, 電気学会論文誌 (産業応用部門誌) , Vol. 125, No. 11, pp. 1022-1029 (2005).
- [42] J. C. Martinez-Rosas, and L. Alvarez-Icaza, “Adaptive Compensation of Dynamic Friction in an Industrial Robot”, *IEEE International Conference on Control Applications*, pp. 1145-1150 (2008).
- [43] D. G. Luenberger, “Observing the State of a Linear System,” *IEEE*

- Transactions on Military Electronics*, Vol. 8, pp. 74-80 (1964).
- [44] D. G. Luenberger, "An Introduction to Observers," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-16, No. 6, pp. 596-602 (1971).
- [45] W. Chen, J. Yang, L. Guo, and S. Li, "Disturbance-Observer-Based Control and Related Methods---An Overview," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 63, No. 2, pp. 1083-1095 (2016).
- [46] K. Ohishi, and K. Miyachi, "Torque-Speed Regulation of DC Motor Based on Load Torque Estimation Method," *Proc. JIEE/Int. Power Electron. Conf.*, pp. 1209-1218 (1983).
- [47] 伊藤 彰啓, 白石 昌武, 「オブザーバの新しい設計法」, 精密工学会誌, Vol. 67, No. 5, pp. 781-785 (2001).
- [48] B. Gopinath, "On the Control of Linear Multiple Input-Output Systems," *The Bell System Technical Journal*, Vol. 50, No. 3, pp. 1063-1081 (1971).
- [49] 谷 正史, 鈴木 亮一, 山下 大輔, 小林 伸明, 「低次元オブザーバを利用したサーボ特性をもつ一般化内部モデル制御の構成法」, 計測自動制御学会論文集, Vol. 42, No. 9, pp. 1027-1034 (2006).
- [50] 白石 昌武, 「入門現代制御理論」, 日刊工業新聞社 (1995).
- [51] E. Altuğ, J. P. Ostrowski, and C. J. Taylor, "Control of a Quadrotor Helicopter Using Dual Camera Visual Feedback", *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 24, No. 5, pp. 329-341 (2005).
- [52] T. Hamel, and R. Mahony, "Visual Servoing of an Under-Actuated Dynamic Rigid-Body System: An Image-Based Approach", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 18, No. 2, pp. 187-198 (2002).
- [53] I. Matsumoto, and K. Yoshida, "Swing-up and Stabilizing Control of the Acrobot", *Transactions of the Institute of Systems, Control and Information Engineers*, Vol. 17, No. 1, pp. 17-25 (2004).
- [54] M. W. Spong, "The Swing Up Control Problem for the Acrobot", *IEEE Control Systems*, Vol. 15, No. 1, pp. 49-55 (1995).
- [55] X. Lai, M. Wu, and J. She, "Control of Acrobat Based on Lyapunov Function", *Journal CSUT*, Vol. 11, No. 2, pp. 210-215 (2004).
- [56] N. Hatakeyama, and A. Shimada, "Movement Control Using Zero Dynamics of Two-Wheeled Inverted Pendulum Robot", *T. SICE*, Vol. 44, No. 3, pp. 1-8 (2008).
- [57] C. Hsu, and C. Liu, "Decoupled Fuzzy Sliding-Mode Balance Control of Wheeled Inverted Pendulums Using An 8-bit Microcontroller", *International MultiConference of Engineers and Computer Scientists 2012 (IMECS 2012)*, Vol. II, (2012).
- [58] A. Salerno, and J. Angeles, "A New Family of Two-Wheeled Mobile Robots: Modeling and Controllability", *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 23, No. 1, pp. 169-173 (2007).
- [59] 鄭 聖熹, 松川 文厚, 西山 達也, 井代 直也, 「倒立振り子型全方向移動体および基本走行制御」, 日本ロボット学会誌, Vol. 29, No. 8, pp.

- 710-715 (2011).
- [60] 山川 聡子, 「時間軸状態制御形にもとづいた車輪型倒立振子ロボットの軌道追従制御」, 計測自動制御学会論文集, Vol. 49, No. 10, pp. 936-943 (2013).
 - [61] 関口 明生, 鶴田 正俊, 「倒立平行二輪車の制御」, 日本高専学会誌, Vol. 13, No. 2, pp. 15-20 (2008).
 - [62] K. Pathak, J. Franch, and S. K. Agrawal, “Velocity and Position Control of a Wheeled Inverted Pendulum by Partial Feedback Linearization”, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 21, No. 3, pp. 505-513 (2005).
 - [63] N. R. Gans, and S. A. Hutchinson, “Visual Servo Velocity and Pose Control of a Wheeled Inverted Pendulum through Partial-Feedback Linearization”, *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3823-3828 (2006).
 - [64] A. A. Bature, S. Buyamin, M. N. Ahmad, and M. Muhammad, “A Comparison of Controllers for Balancing Two Wheeled Inverted Pendulum Robot”, *International Journal of Mechanical & Mechatronics Engineering IJMME-IJENS*, Vol. 14, No. 3, pp. 62-68 (2014).
 - [65] 下山 修, 小谷 齊之, 平田 弘志, 「車輪型倒立振子ロボットの適応安定化制御」, 東海大学紀要電子情報学部, Vol. 12, No. 2, pp. 9-15 (2012).
 - [66] J. Huang, Z. Guan, T. Matsuno, T. Fukuda, and K. Sekiyama, “Sliding-Mode Velocity Control of Mobile-Wheeled Inverted-Pendulum Systems”, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 26, No. 4, pp. 750-758 (2010).
 - [67] 劉 康志, 「線形ロバスト制御」, 計測自動制御学会 (2002).
 - [68] 高木 章二, 「メカトロニクスのための制御工学」, コロナ社 (1993).
 - [69] 中野 道雄, 美多 勉, 「制御基礎理論—古典から現代まで」, 昭晃堂株式会社 (1982).
 - [70] L. R. Hunt, G. Meyer, and R. Su, “Noncausal Inverses for Linear System,” *IEEE Trans. On Automatic Control*, Vol. 41, No. 4, pp. 608-611 (1996).
 - [71] S. Devasia, D. Chen, and B. Paden, “Nonlinear Inversion-Based Output Tracking,” *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 41, No. 7, pp. 930-942 (1996).
 - [72] J. She, X. Xin, and Y. Pan, “Equivalent-Input-Disturbance Approach-Analysis and Application to Disturbance Rejection in Dual-Stage Feed Drive Control System”, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 16, No. 2, pp. 330-340 (2011).
 - [73] 平野 麻衣子, 伊藤 和寿, 田村 捷利, 「未知の不感帯を持つシステムの適応制御と油圧アクチュエータの位置制御への応用」, 第48回自動制御連合講演会, pp. 199-204 (2005).
 - [74] 黒澤 実, 鈴木 貴也, 浅井 勝彦, 「不感帯を考慮した環流型弾性表面波モータの速度制御」, 日本AEM学会誌, Vol. 15, No. 2, pp. 125-131 (2007).
 - [75] L. Ouyang, M. Wu, and J. She, “Estimation of and Compensation for

- Unknown Input Nonlinearities Using Equivalent-Input-Disturbance Approach,” *Nonlinear Dynamics*, Vol. 88, pp. 2161-2170 (2017).
- [76] 木村 英紀, 杉山 治, 「完全制御と完全観測を用いたロバスト制御系の設計法」, 計測自動制御学会論文集, Vol. 18, No. 10, pp. 955-960 (1982).
- [77] H. Kimura, “A New Approach to the Perfect Regulation and the Bounded Peaking in Linear Multivariable Control Systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-26, No. 1, pp. 253-270 (1981).
- [78] 岩井 善太, 井上 昭, 川路 茂保, 「オブザーバ」, コロナ社 (1988).
- [79] Q. Shi, L. Ouyang, J. She, L. Xu, J. Imani, and Y. Ohyama, “Compensation of Stribeck-Type Nonlinear Friction in Positioning Control Using Equivalent-Input-Disturbance Approach,” *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, Vol. 18, No. 2, pp. 150-156 (2014).
- [80] J. She, Y. Pan, H. Hashimoto, Q. Lei, and M. Wu, “Equivalent Input Disturbance Approach Enables Sliding-Mode Control Systems to Reject Unmatched Disturbances,” *IEEE International Conference on Industrial Technology*, pp. 226-231 (2015).
- [81] T. Sugie, and K. Fujimoto, “Controller Design for an Inverted Pendulum based on Approximate Linearization,” *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 8, pp. 585-597 (1998).
- [82] X. Lai, Y. Wu, J. She, and M. Wu, “Control Design and Comprehensive Stability Analysis of Acrobots Based on Lyapunov Functions,” *Journal of Central South University of Technology*, Vol. 12, Suppl. 1, pp. 210-216 (2005).
- [83] X. Lai, J. She, S. Yang, and M. Wu, “Control of Acrobat Based on Non-smooth Lyapunov Function and Comprehensive Stability Analysis,” *IET Control Theory Appl.*, Vol. 2, No. 3, pp. 181-191 (2008).
- [84] 山下 裕, 「システム制御理論特論」, 北海道大学大学院情報科学研究科 (2014).
- [85] 山口 高志, 柴田 剛慶, 村上 俊之, 「バックステッピングを用いた電動自転車の姿勢安定化制御」, 精密工学会誌, Vol. 74, No. 5, pp. 509-513 (2008).
- [86] Segway Human Transporter (2014). [Online]. Available: <http://www.segway.com>.
- [87] F. Grasser, A. D’Arrigo, S. Colombi, and A. C. Rufer, “JOE: A Mobile, Inverted Pendulum”, *IEEE Transactions on Industrial Electronic*, Vol. 49, No. 1, pp. 107-114 (2002).
- [88] T. Takei, R. Imamura, and S. Yuta, “Baggage Transportation and Navigation by a Wheeled Inverted Pendulum Mobile Robot”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 56, No. 10, pp. 3985-3994 (2009).
- [89] V. Muralidharan, and A. D. Mahindrakar, “Position Stabilization and Waypoint Tracking Control of Mobile Inverted Pendulum Robot”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 22, No. 6, pp. 2360-2367 (2014).
- [90] S. W. Nawawi, M. N. Ahmad, and J. H. S. Osman, “Real-Time Control of a

- Two-Wheeled Inverted Pendulum Mobile Robot”, *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, Vol. 29, pp. 214-220 (2008).
- [91] K. M. Goher, and M. O. Tokhi, “Modeling and Control of a Two Wheeled Machine: A Genetic Algorithm-Based Optimization Approach”, *Multidisciplinary Journals in Science and Technology, Journal of Selected Areas in Robotics and Control (JSRC)*, pp. 17-22 (2010).
- [92] A. Shimada, and C. Yongyai, “Motion Control of Inverted Pendulum Robots Using a Kalman Filter Based Disturbance Observer”, *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 2, No. 1, pp. 50-55 (2009).
- [93] Y. Yamamoto, “NXTway-GS Model-Based Design: Control of Self-Balancing Two-Wheeled Robot Built with LEGO Mindstorms NXT”, *Cybernet Systems Company, LTD*, Revision 1.0, (2008).
- [94] Q. Shi, Z. Fang, J. She, J. Imani, and Y. Ohyama, “Motion Control of a Wheeled Inverted Pendulum Using Equivalent-Input-Disturbance Approach,” *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, Vol. 19, No. 2, pp. 293-300, 2015.

付録

付録 1

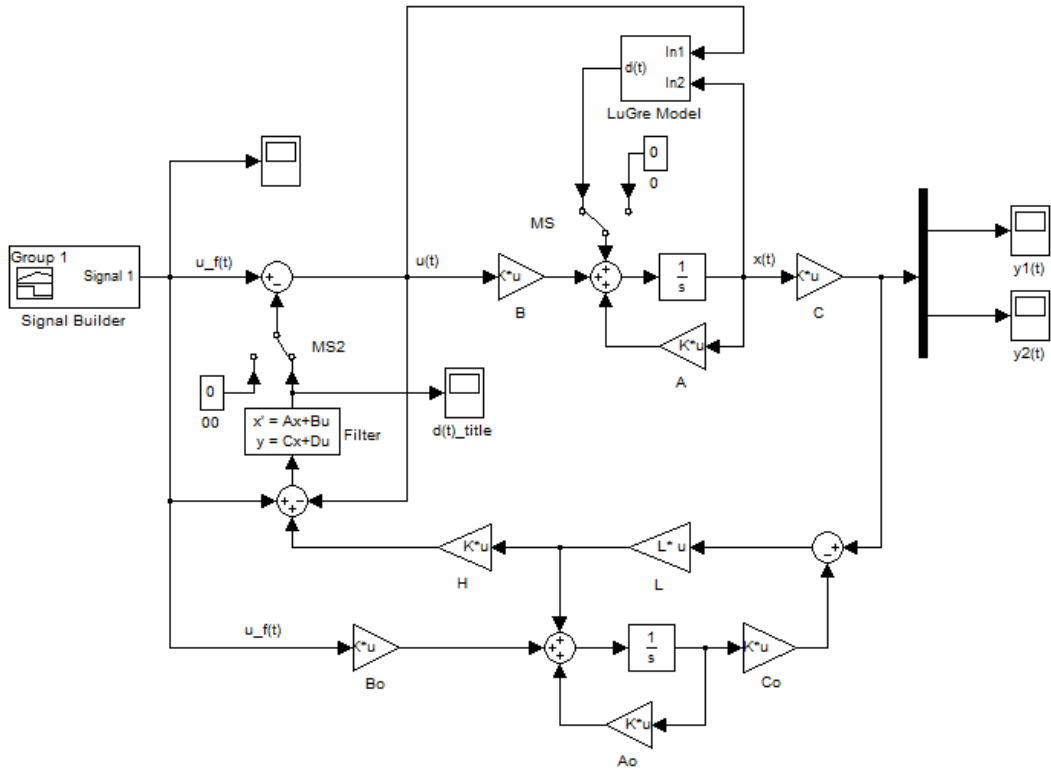


Fig. 1: Model of rotational control system.

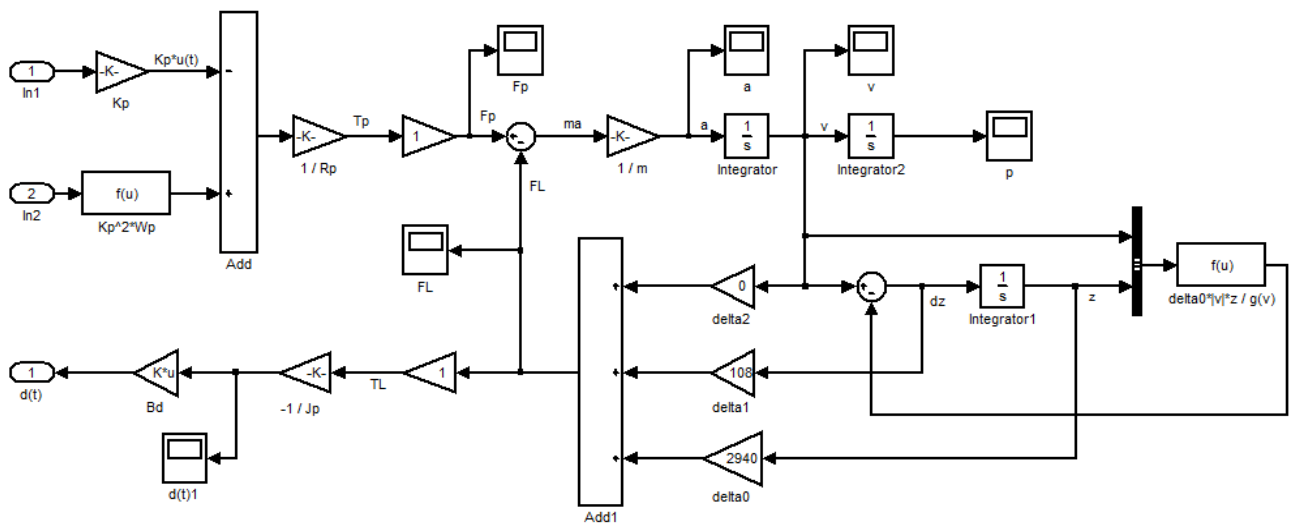


Fig. 2: Model of Stribeck-type nonlinearity.

Fig. 1 に示すのは等価入力外乱手法に基づき、Stribeck-type 非線形摩擦を補償するために用いた回転制御系の Simulink のモデルである。Fig. 2 に示すのは、システムの状態に依存する Stribeck-type 非線形摩擦のモデルである。

MATLAB/Simulink を用いて、回転制御系のシミュレーションを実行するための m ファイルを以下に示す。

```
A = [0 1; 0 -311];
B = [0; 31300];
C = [1 0; 0 1];

% Filter
T = 0.001;
%T = 0.01;
%T = 0.1;
tmp = 1/T;
Af = -tmp; Bf = 1; Cf = tmp; Df = 0;
F = ss(Af, Bf, Cf, Df);

% Calculate the observer gain L
QL = [1 0; 0 2.8];
RL = eye(2);
Rho = 1*10^5;
[KL, SL, EL] = lqr(A', C', rho*QL, RL);
L = KL'

% Calculate G(s)
H = inv(B'*B)*B';
Ag = A-L*C; Bg = B; Cg = -H*L*C; Dg = 1;
G = ss(Ag, Bg, Cg, Dg);

% Calculate the h_inf norm of G(s)F(s)
GF = series(F, G);
[GFinf, fpeak] = norm(GF, inf)
sigma(GF);
```

付録 2

LabVIEW を用いた回転制御系の実験の開発環境について説明する。

モータの仕様を Table 1 に記す。

Table 1: Specification of DC motor (SS40E8).

| | |
|--|-------|
| 電圧 [V] | 24 |
| 電流 [A] | 5 |
| 回転速度 [rpm] | 2500 |
| トルク [N·m] | 0.31 |
| 電機子抵抗 [Ω] | 0.85 |
| 電機子慣性モーメント [$\text{kg}\cdot\text{cm}^2$] | 0.7 |
| 機械的時定数 [ms] | 12 |
| 逆起電力定数 [V/krpm] | 8 |
| トルク定数 [N·m/A] | 0.076 |

モータに付属しているエンコーダの仕様は Table 2 に記す。

Table 2: Specification of encoder (SS40E4-E).

| | |
|---------|---------|
| 入出力取出方式 | ラインドライバ |
| 出力パルス数 | 600 P/R |

Table 3 に示すのはモータドライバの仕様である。

Table 3: Specification of motor driver (MS-100T10).

| | |
|--------|------------------------------------|
| 主回路 | MOS-FET PWM 制御 (可逆) |
| 電源電圧 | DC 8 ~ 32 V |
| 出力電圧 | DC 0 ~ ± 31 V (電源電圧 ± 1 V) |
| 定格電流 | DC ± 10 A |
| 瞬時最大電流 | DC ± 15 A |
| 速度指令電圧 | DC ± 10 V |
| 指令入力抵抗 | 100 K Ω |
| ローゲイン | RV2 1 ~ 20 倍 |

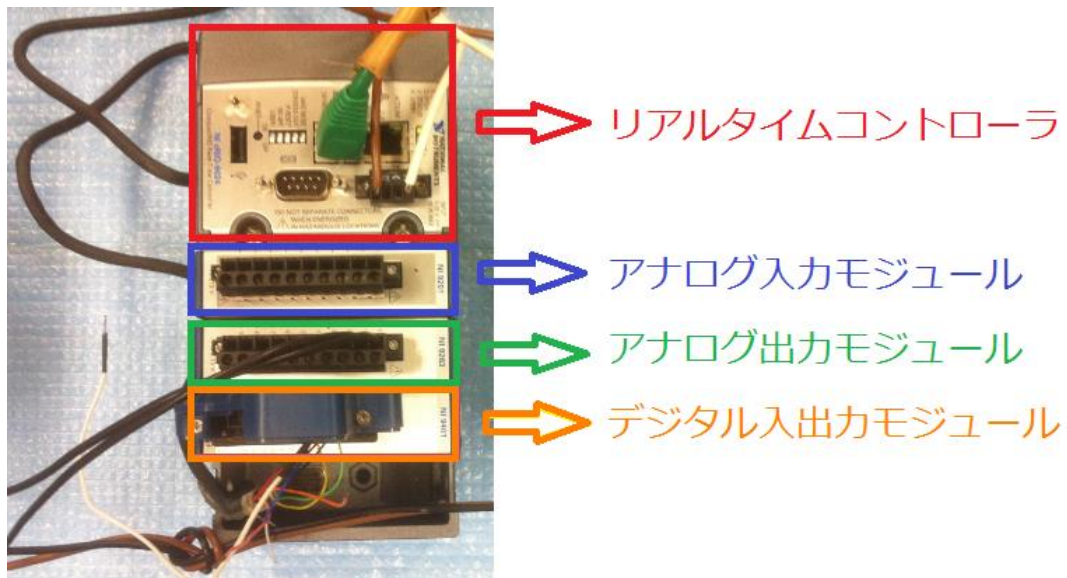


Fig. 3: Equipment of LabVIEW.

Fig. 3 に示すのは LabVIEW の実機である。LabVIEW とは、グラフィカルプログラミング言語を用いてプログラミングすることのできる開発環境である。関数にあたるアイコンをウィンドウ平面上に配置し、配線することによりデータフローを表し、実行順序はデータフローによって決まる。各アイコンを実行するために必要な入力データが揃い、実行命令を出すことでデータフローに沿った処理が行われる。

リアルタイムコントローラはリアルタイムでの制御を可能にし、プログラムの保存とデータの記録にも適している。Web サーバーやファイルサーバーと通信することができる。さらに、その他のモジュールを組み込むことができる。

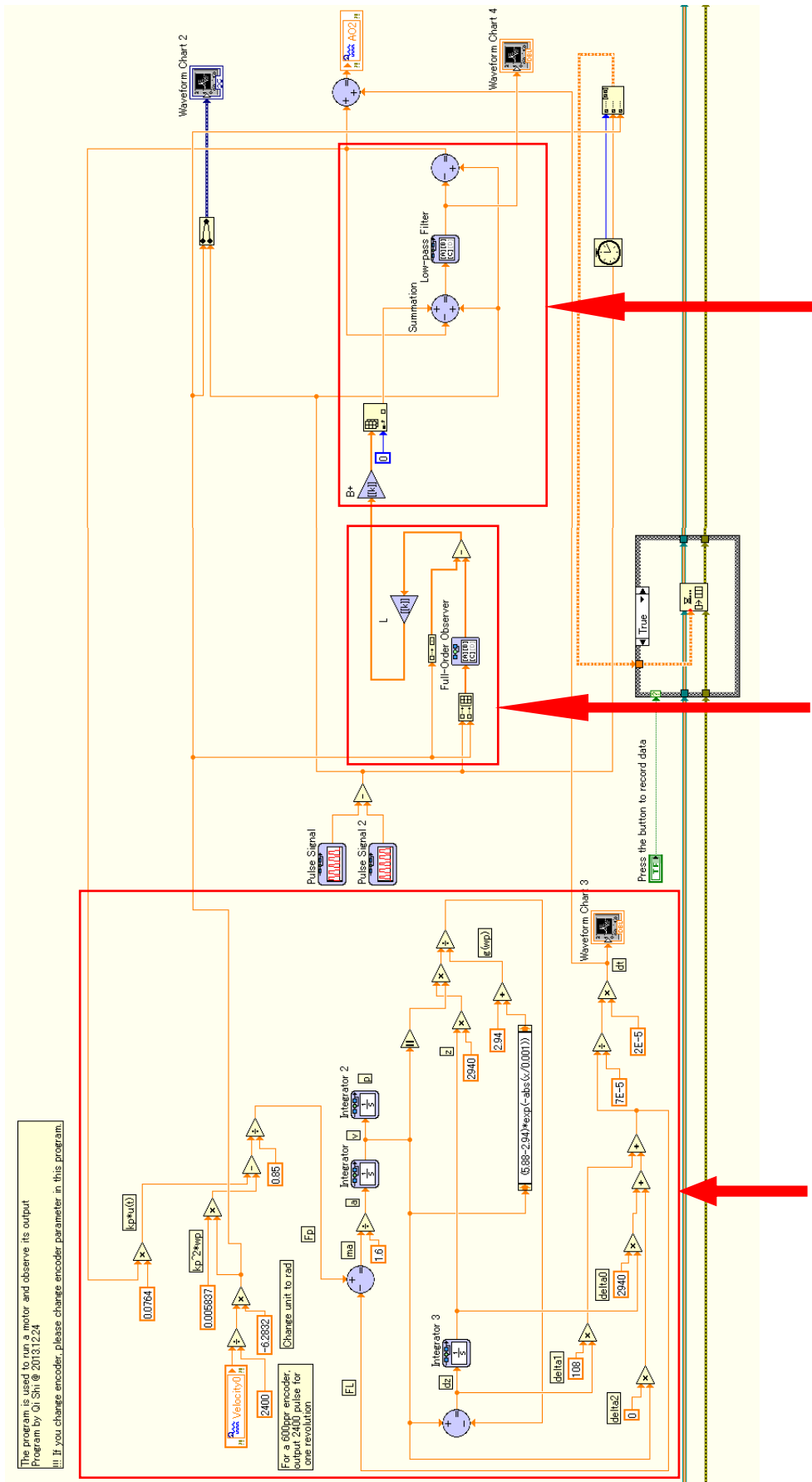
アナログ入力モジュールは、リアルタイムコントローラに組み込まれたモジュールであり、プログラムで作成され、実験装置からのアナログ信号の入力を行う。

アナログ出力モジュールは、アナログ信号の出力を実験装置へ行う。

デジタル入出力モジュールは、デジタル信号の出力を実験装置へ行い、実験装置からのデジタル信号の入力を行う。

本研究の実験システムでは、LabVIEW のリアルタイムコントローラ、アナログ出力モジュール、デジタル入出力モジュールを使用し、アナログ出力モジュールからドライバへ電圧の出力を行い、エンコーダからデジタル入出力モジュールへパルス信号の出力を行い、プログラムで回転角度と回転速度の計算と制御を行う。

LabVIEW で作成したプログラムは Fig. 4 に示す。エンコーダから出力されたパルスの入力を行い、1 回転で 2400 パルスの出力を行うエンコーダを利用しているため、プログラムで 2400 を割ることで回転数を計測し、 2π をかけることで回転角度[rad]を求めることができる。Fig. 4 では、まず、制御用モータ（制御対象）の線形部分システムの状態オブザーバを構築する。次に、



等価入力外乱推定器

状態オブザーバ

LuGre モデル

Fig. 4: Program of rotational control system.

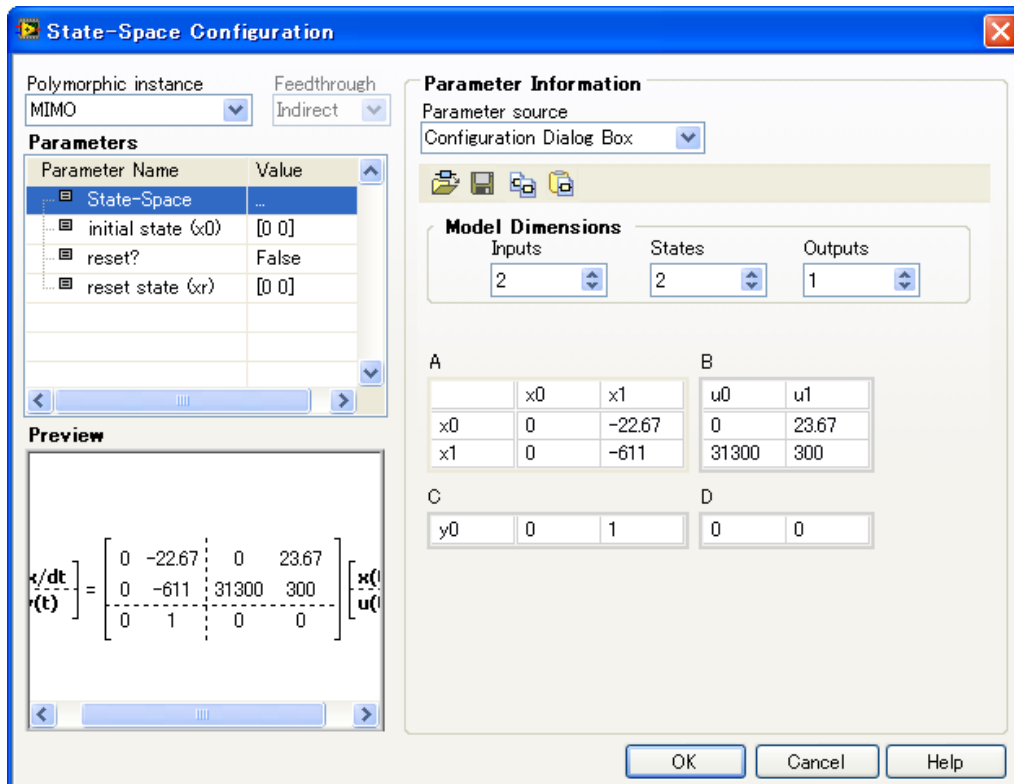


Fig. 5: Design of state observer by LabVIEW.

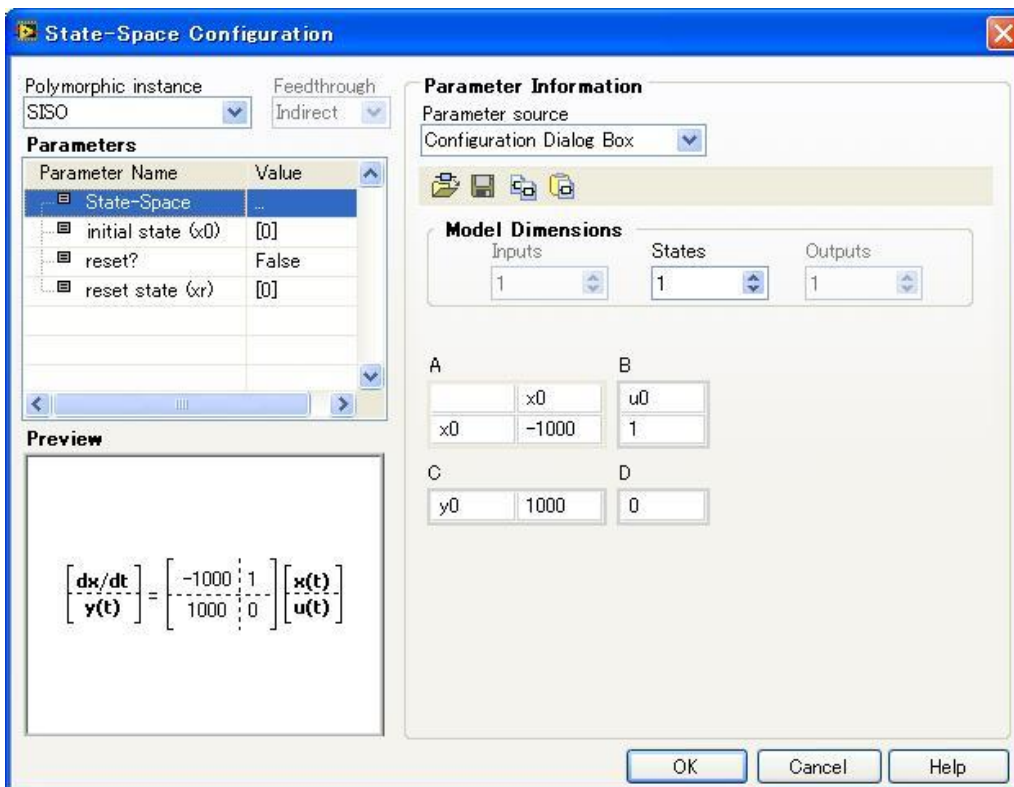


Fig. 6: Design of low-pass filter by LabVIEW.

状態オブザーバにより推定された等価入力外乱推定値をローパスフィルタに通過し、本研究で提案した制御則，式(15)により，推定された非線形補償成分を制御入力チャンネルに印加し，**Stribeck-type** 非線形摩擦を補償する。状態オブザーバの設計を Fig. 5 に示す。ローパスフィルタの設計を Fig. 6 に示す。

付録 3

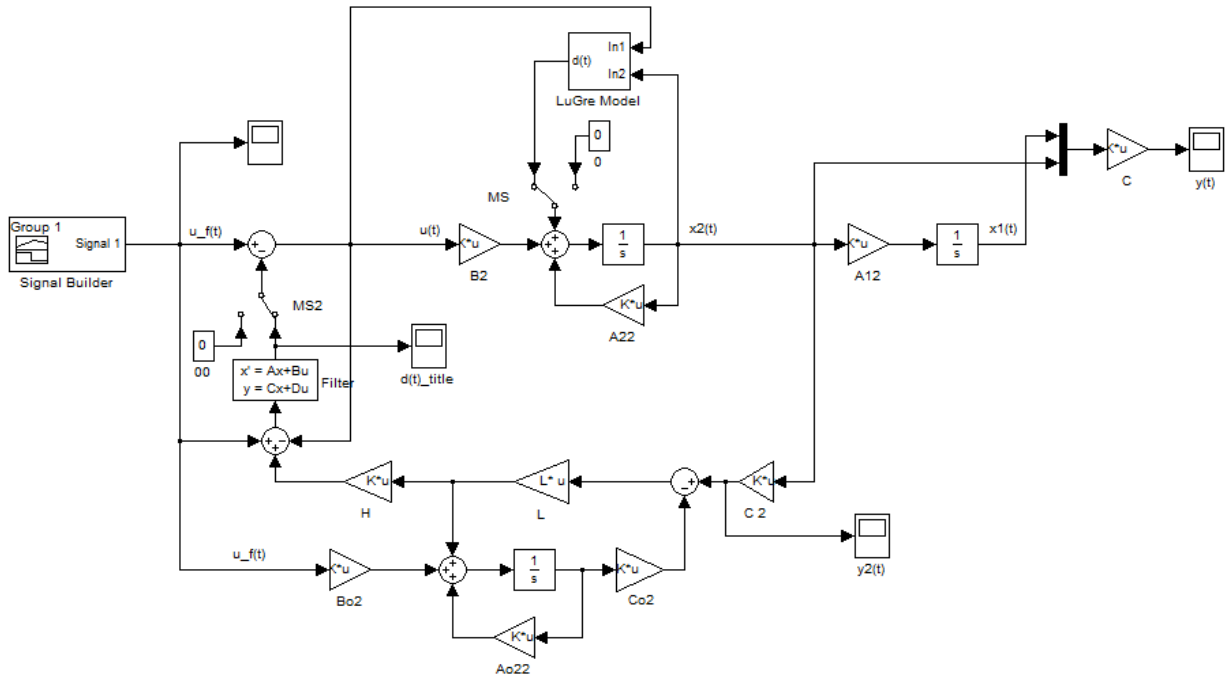


Fig. 7: Model of rotational control system by using a reduced-order observer.

Fig. 7 に示すのは等価入力外乱手法に基づき，Stribeck-type 非線形摩擦を補償するために用いた回転制御系の Simulink のモデルである。

MATLAB/Simulink を用いて，低次元オブザーバに基づく回転制御系のシミュレーションを実行するための m ファイルを以下に示す。

```

A = [-311];
B = [31300];
C = [1];

% Filter
T = 0.001;
tmp = 1/T;
Af = -tmp; Bf = 1; Cf = tmp; Df = 0;
F = ss(Af, Bf, Cf, Df);

% Calculate the observer gain L
QL = [2.8];
RL = 1;
rho = 100000;
[KL, SL, EL] = lqr(A', C', rho*QL, RL);

```


$L = KL'$

% Calculate G(s)

$H = \text{inv}(B'*B)*B'$;

$A_g = A-L*C$; $B_g = B$; $C_g = -H*L*C$; $D_g = 1$;

$G = \text{ss}(A_g, B_g, C_g, D_g)$;

% Calculate the h_inf norm of G(s)F(s)

$GF = \text{series}(F, G)$;

$[GF_{\text{inf}}, f_{\text{peak}}] = \text{norm}(GF, \text{inf})$

$\text{sigma}(GF)$;

付録 4

等価入力外乱手法に基づいた非線形補償システムのシミュレーションを実行するための m ファイルを以下に示す。

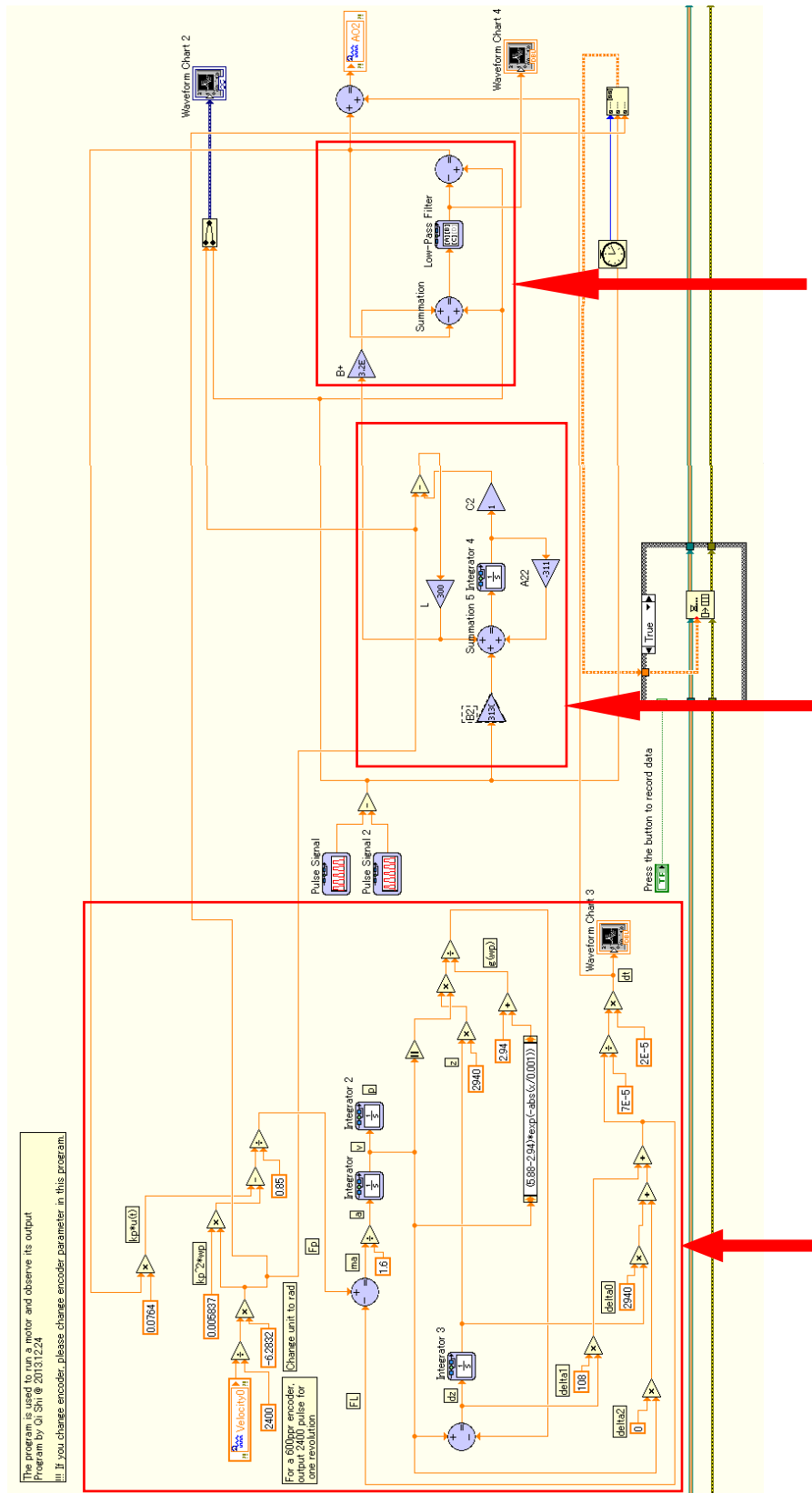
```
A = [-108];
B = [1];
C = [1];

% Filter
T = 0.001;
tmp = 1/T;
Af = -tmp; Bf = 1; Cf = tmp; Df = 0;
F = ss(Af, Bf, Cf, Df);

% Calculate the observer gain L
QL = [2.8];
RL = 1;
rho = 100000;
[KL, SL, EL] = lqr(A', C', rho*QL, RL);
L = KL'

% Calculate G(s)
H = inv(B'*B)*B';
Ag = A-L*C; Bg = B; Cg = -H*L*C; Dg = 1;
G = ss(Ag, Bg, Cg, Dg);

% Calculate the h_inf norm of G(s)F(s)
GF = series(F, G);
[GFinf, fpeak] = norm(GF, inf)
sigma(GF);
```



等価入力外乱推定器

低次元オブザーバ

LuGre モデル

Fig. 8: Program of rotational control system.

LabVIEW で作成した回転制御系の実験プログラムについて説明する。

等価入力外乱手法に基づく回転制御系の実験プログラムは Fig. 8 に示す。Fig. 8 では、まず、制御用モータ（制御対象）の線形部分システムの低次元オブザーバを構築する。次に、状態オブザーバにより推定された等価入力外乱推定値をローパスフィルタに通過し、本研究で提案した制御則, 式(94)により、推定された非線形補償成分を制御入力チャンネルに印加し、Stribeck-type 非線形摩擦を補償する。

付録 6

NXTway-GS の制御に用いるセンサとアクチュエータについて説明する。

NXTway-GSの車体の傾斜角度を求めるために、HiTechnic社製ジャイロセンサを搭載されている。HiTechnic社のジャイロセンサは1軸のジャイロ스코ープセンサーで、回転を識別して1秒あたりの車体の傾斜角度を返す。NXTで作った二輪型倒立振子ロボットが移動や旋回をするときに、動作結果の傾斜角度を調べることができるので、姿勢を維持したりし、ロボットが倒れないようにする仕組みとしても使われている。

NXTway-GS で使用されているセンサ・アクチュエータの特性を Table 4 及び Table 5 に示す[93]。

Table 4: Characteristics of sensors.

| センサ | 出力値 | 単位 | データタイプ | 最大サンプル数 [1/sec] |
|---------|-------|---------|--------|-----------------|
| エンコーダ | 回転角度 | deg | int32 | 1000 |
| ジャイロセンサ | 傾斜角速度 | deg/sec | uint16 | 300 |

Table 5: Characteristics of actuator.

| アクチュエータ | 入力値 | 単位 | データタイプ | 最大サンプル数 [1/sec] |
|---------|-----|----|--------|-----------------|
| DC モータ | PWM | % | int8 | 500 |

付録 7

等価入力外乱手法に基づいた運動制御系の Simulink モデルを Fig. 9 に示す。式(183)による二輪型倒立振り子ロボット NXTway-GS のモデルを Fig. 10 に示す。本研究では、システムに存在する非線形特性を推定・補償するため、まず、状態オブザーバを構築し、状態オブザーバにより推定されたシステムの線形部分の情報を生かす。次に、等価入力外乱推定器を用いて非線形特性を推定する。そして、ローパスフィルタを使用し、外乱推定の角周波数帯域を選択することにより、高い角周波数帯域におけるノイズを除去し、推定精度を確保する。さらに、推定された非線形補償成分を制御入力チャンネルに印加し、従来のサーボ系の制御則と融合し、非線形特性が出力に及ぼす影響を抑えることにより、システムの制御性能を向上させる。

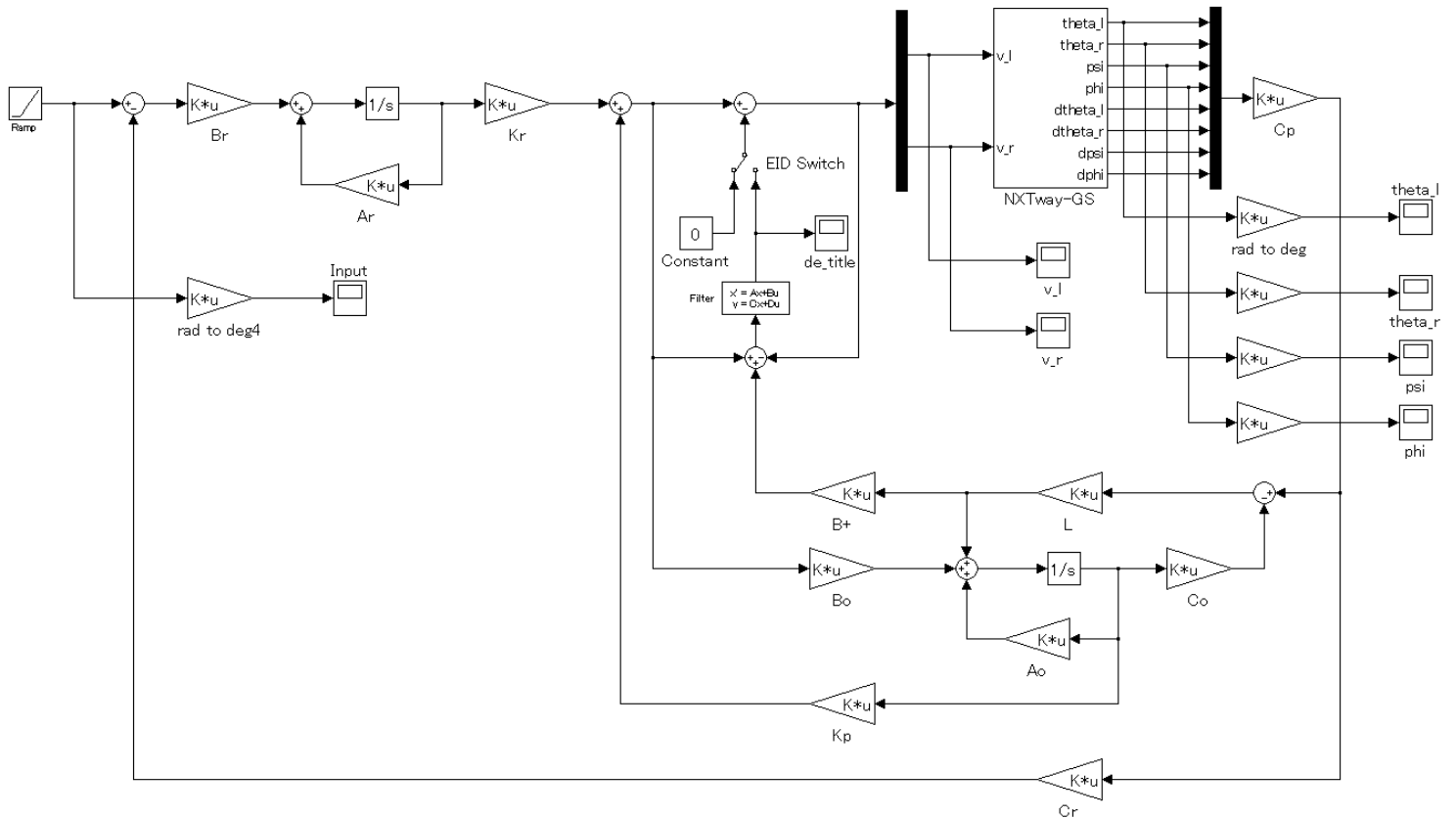


Fig. 9: Motion control of wheeled inverted pendulum based on EID approach.

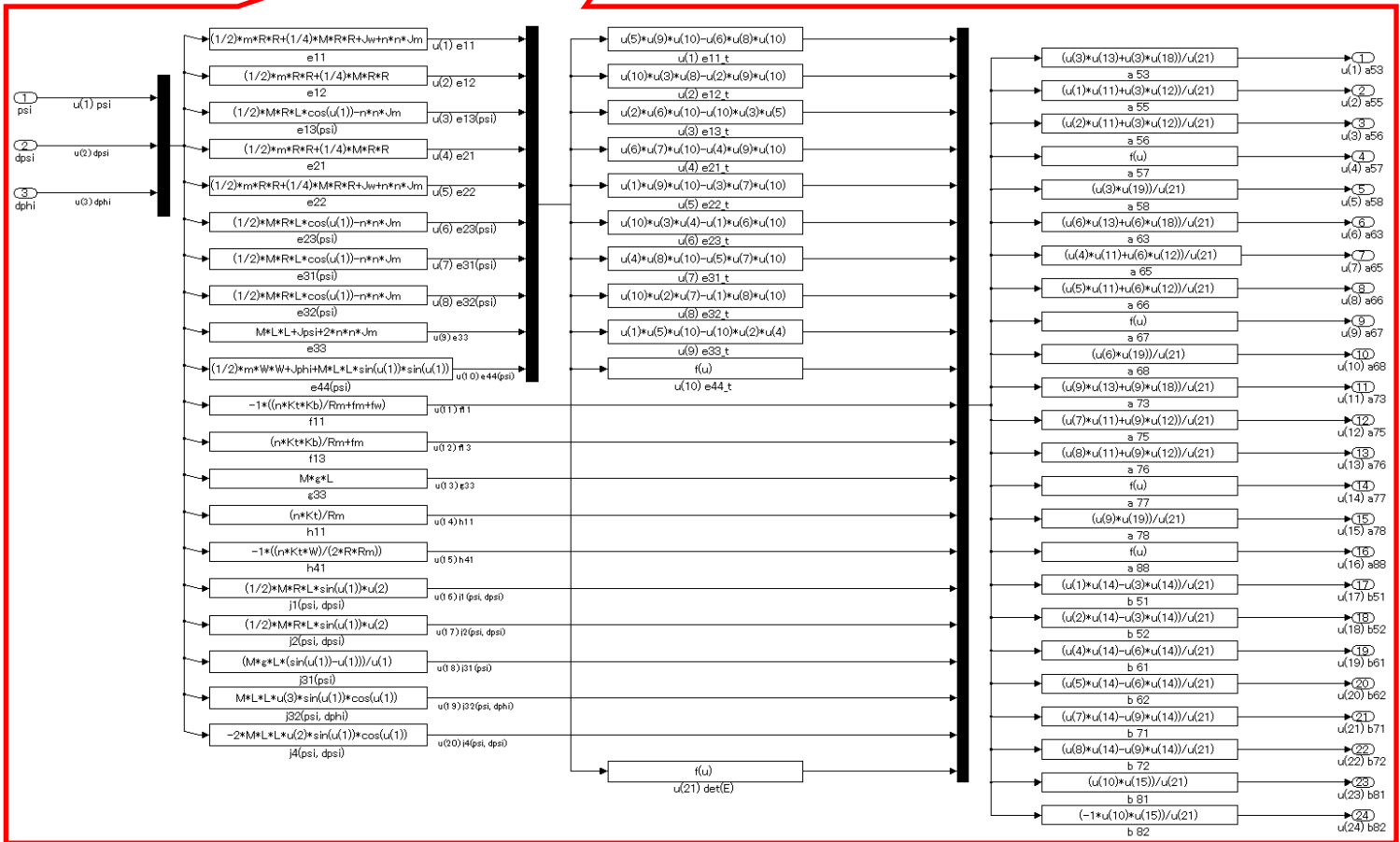
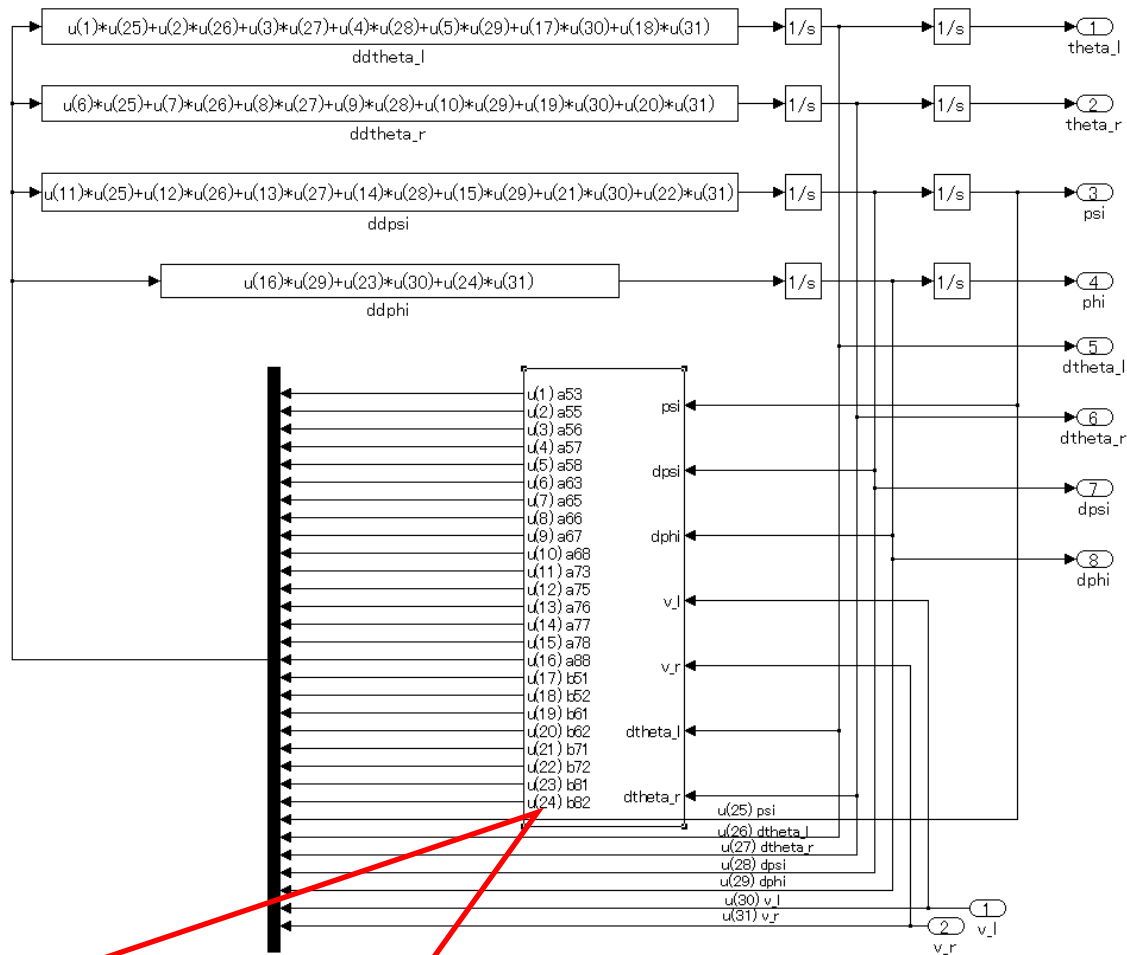


Fig. 10: Model of wheeled inverted pendulum.

MATLAB/Simulink を用いて、等価入力外乱手法に基づいた二輪型倒立振子ロボットの運動制御系のシミュレーションを実行するための m ファイルを以下に示す。

```

% NXTway-GS Parameters and State-Space Matrix Calculation
% Physical Constant
g = 9.81; % gravity acceleration [m/sec^2]

% NXTway-GS Parameters
m = 0.03; % wheel weight [kg]
R = 0.04; % wheel radius [m]
Jw = m * R^2 / 2; % wheel inertia moment [kgm^2]
M = 0.6; % body weight [kg]
W = 0.14; % body width [m]
D = 0.04; % body depth [m]
H = 0.144; % body height [m]
L = H / 2; % distance of the center of mass from the wheel axle [m]
Jpsi = M * L^2 / 3; % body pitch inertia moment [kgm^2]
Jphi = M * (W^2 + D^2) / 12; % body yaw inertia moment [kgm^2]
fm = 0.0022; % friction coefficient between body & DC motor
fw = 0.0005; % friction coefficient between wheel & floor

% DC Motor Parameters
Jm = 1e-5; % DC motor inertia moment [kgm^2]
Rm = 6.69; % DC motor resistance [Ω]
Kb = 0.468; % DC motor back EMF constant [Vsec/rad]
Kt = 0.317; % DC motor torque constant [Nm/A]
n = 1; % gear ratio

% Linear Plant Parameters
e11 = (1/2)*m*R*R+(1/4)*M*R*R+Jw+n*n*Jm;
e12 = (1/2)*m*R*R+(1/4)*M*R*R;
e13 = (1/2)*M*R*L-n*n*Jm;
e21 = (1/2)*m*R*R+(1/4)*M*R*R;
e22 = (1/2)*m*R*R+(1/4)*M*R*R+Jw+n*n*Jm;
e23 = (1/2)*M*R*L-n*n*Jm;
e31 = (1/2)*M*R*L-n*n*Jm;
e32 = (1/2)*M*R*L-n*n*Jm;
e33 = M*L*L+Jpsi+2*n*n*Jm;
e44 = (1/2)*m*W*W+Jphi;
f11 = (-n*Kt*Kb)/Rm-fm-fw;
f13 = (n*Kt*Kb)/Rm+fm;

```


$$g33 = M * g * L;$$

$$h11 = (n * Kt) / Rm;$$

$$h41 = (-n * Kt * W) / (2 * R * Rm);$$

$$e11_title = e22 * e33 * e44 - e23 * e32 * e44;$$

$$e12_title = e44 * e13 * e32 - e12 * e33 * e44;$$

$$e13_title = e12 * e23 * e44 - e44 * e13 * e22;$$

$$e21_title = e23 * e31 * e44 - e21 * e33 * e44;$$

$$e22_title = e11 * e33 * e44 - e13 * e31 * e44;$$

$$e23_title = e44 * e13 * e21 - e11 * e23 * e44;$$

$$e31_title = e21 * e32 * e44 - e22 * e31 * e44;$$

$$e32_title = e44 * e12 * e31 - e11 * e32 * e44;$$

$$e33_title = e11 * e22 * e44 - e44 * e12 * e21;$$

$$e44_title = e11 * e22 * e33 + e12 * e23 * e31 + e13 * e21 * e32 - e13 * e22 * e31 - e23 * e32 * e11 - e33 * e12 * e21;$$

$$detE = e44 * e44_title;$$

$$a53 = (e13_title * g33) / detE;$$

$$a55 = (e11_title * f11 + e13_title * f13) / detE;$$

$$a56 = (e12_title * f11 + e13_title * f13) / detE;$$

$$a57 = (e11_title * f13 + e12_title * f13 - 2 * e13_title * f13) / detE;$$

$$a58 = 0;$$

$$a63 = (e23_title * g33) / detE;$$

$$a65 = (e21_title * f11 + e23_title * f13) / detE;$$

$$a66 = (e22_title * f11 + e23_title * f13) / detE;$$

$$a67 = (e21_title * f13 + e22_title * f13 - 2 * e23_title * f13) / detE;$$

$$a68 = 0;$$

$$a73 = (e33_title * g33) / detE;$$

$$a75 = (e31_title * f11 + e33_title * f13) / detE;$$

$$a76 = (e32_title * f11 + e33_title * f13) / detE;$$

$$a77 = (e31_title * f13 + e32_title * f13 - 2 * e33_title * f13) / detE;$$

$$a78 = 0;$$

$$a88 = (((W * W) / (2 * R * R)) * e44_title * f11) / detE;$$

$$b51 = (e11_title * h11 - e13_title * h11) / detE;$$

$$b52 = (e12_title * h11 - e13_title * h11) / detE;$$

$$b61 = (e21_title * h11 - e23_title * h11) / detE;$$

$$b62 = (e22_title * h11 - e23_title * h11) / detE;$$

$$b71 = (e31_title * h11 - e33_title * h11) / detE;$$

$$b72 = (e32_title * h11 - e33_title * h11) / detE;$$

$$b81 = (e44_title * h41) / detE;$$

```
b82 = (-e44_title*h41)/detE;
```

```
% Linear Plant A B C D
```

```
Ap = [0 0 0 0 1 0 0 0;  
      0 0 0 0 0 1 0 0;  
      0 0 0 0 0 0 1 0;  
      0 0 0 0 0 0 0 1;  
      0 0 a53 0 a55 a56 a57 a58;  
      0 0 a63 0 a65 a66 a67 a68;  
      0 0 a73 0 a75 a76 a77 a78;  
      0 0 0 0 0 0 0 a88];
```

```
Bp = [0 0;  
      0 0;  
      0 0;  
      0 0;  
      b51 b52;  
      b61 b62;  
      b71 b72;  
      b81 b82];
```

```
Cp = [1 0 0 0 0 0 0 0;  
      0 1 0 0 0 0 0 0;  
      0 0 1 0 0 0 0 0;  
      0 0 0 1 0 0 0 0];
```

```
Dp = [0 0;  
      0 0;  
      0 0;  
      0 0];
```

```
% Body pitch angle
```

```
psi0 = 5;
```

```
% EID
```

```
% Internal model
```

```
Ar = [0 1;  
      0 0];
```

```
Br = [0;  
      1];
```

% Calculate the feedback gain Kp, Kr

Cr = [0 0 0 1];

Ak = [0 0 0 0 1 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 1 0 0;
0 0 a53 0 a55 a56 a57 a58 0 0;
0 0 a63 0 a65 a66 a67 a68 0 0;
0 0 a73 0 a75 a76 a77 a78 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 a88 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1;
-Cr*Cp 0 0];

Bk = [Bp;
0 0;
0 0];

Qk = diag([1 40 1 1 1 2.2 1 1 5e6 1]);

Rk = eye(2);

[Kpr,SK,EK] = lqr(Ak,Bk,Qk,Rk);

Kpr = -Kpr;

Kp = Kpr(1:2,1:8);

Kr = Kpr(1:2,9:10);

% Filter F(s)

T1 = 0.001;

T2 = 0.001;

tmp1 = 1/T1;

tmp2 = 1/T2;

Af = [-tmp1 0;
0 -tmp2];

Bf = [0.99 0;
0 0.99];

Cf = [tmp1 0;
0 tmp2];

Df = 0*eye(2);

F = ss(Af,Bf,Cf,Df);

% Calculate the observer gain L

QL = diag([0.075 0.0716 0.015 1 1 1 76 1]);

```

RL = eye(4);
rho = 1e3;
[KL,SL,EL] = lqr(Ap',Cp',rho*QL,RL);
Lr = KL';

```

```

% Calculate B+

```

```

Bx = inv(Bp'*Bp)*Bp';

```

```

% Calculate M(s)

```

```

ag11=Ap+Bp*Kp;
ag12=Bp*Kr;
ag13=Bp*Kp;
ag14=-Bp*Cf;
ag21=-Br*Cr*Cp;
ag22=Ar;
ag23=[0 0 0 0 0 0 0;0 0 0 0 0 0 0];
ag24=0*eye(2);
ag31=0*eye(8);
ag32=[0 0;0 0;0 0;0 0;0 0;0 0;0 0;0 0];
ag33=Ap-Lr*Cp;
ag34=Bp*Cf;
ag41=[0 0 0 0 0 0 0;0 0 0 0 0 0 0];
ag42=0*eye(2);
ag43=-Bf*Bx*Lr*Cp;
ag44=Af+Bf*Cf;
A_delta=[ag11 ag12 ag13 ag14;
          ag21 ag22 ag23 ag24;
          ag31 ag32 ag33 ag34;
          ag41 ag42 ag43 ag44];
eig(A_delta)

```

```

bg11=eye(8);
bg21=[0 0 0 0 0 0 0;0 0 0 0 0 0 0];
bg31=-eye(8);
bg41=[0 0 0 0 0 0 0;0 0 0 0 0 0 0];
B_delta=[bg11;
          bg21;
          bg31;
          bg41];

```

```

cg11=[0 0 0 0 0 0 0;
       0 0 0 0 0 0 0];

```

```

0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 -4 0 0.035 0.035 -0.08 -0.13;
0 0 -4 0 0.035 0.035 -0.08 -0.13;
0 0 2 0 -0.022 -0.022 0.04 0.085;
0 0 -2 0 0 0 0 0.05];
cg12=[0 0;0 0;0 0;0 0;0 0;0 0;0 0;0 0];
cg13=0*eye(8);
cg14=[0 0;0 0;0 0;0 0;0 0;0 0;0 0;0 0];
C_delta=[cg11 cg12 cg13 cg14];

D_delta=0*eye(8);

M_s = ss(A_delta, B_delta, C_delta, D_delta);
Msinf = norm(M_s, inf)

```

研究業績

学協会での入賞

- 1) Young Researcher's Award, ITCA & ISCIIA 2014 (The Joint International Conference of the Tenth China-Japan Workshop on Information Technology and Control Applications and the Sixth International Symposium on Computational Intelligence and Industrial Applications).

学術雑誌論文

- 1) **Q. Shi**, Z. Fang, J. She, J. Imani, and Y. Ohyama, Motion Control of a Wheeled Inverted Pendulum Using Equivalent-Input-Disturbance Approach, *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, Vol. 19, No. 2, pp. 293-300, 2015.
- 2) **Q. Shi**, L. Ouyang, J. She, L. Xu, J. Imani, and Y. Ohyama, Compensation of Stribeck-Type Nonlinear Friction in Positioning Control Using Equivalent-Input-Disturbance Approach, *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, Vol. 18, No. 2, pp. 150-156, 2014.

査読中の論文

- 3) **Q. Shi**, J. She, W. He, and Y. Ohyama, Nonlinear Compensation Based on the Equivalent-Input-Disturbance Approach Using a Reduced-Order Observer, *Nonlinear Dynamics*, 2017.

国際会議発表

- 4) **Q. Shi**, J. She, and Y. Ohyama, Motion Control of a Wheeled Inverted Pendulum Using Equivalent Input Disturbance Approach, *Proceedings of the Eleventh Japan-China International Workshop on Information Technology and Control Applications (ITCA2016)*, pp. 84-92, 2016.
- 5) Y. Gao, **Q. Shi**, and J. She, Development of New Fatigue Evaluation System, *Proceedings of the Eleventh Japan-China International Workshop on Information Technology and Control Applications (ITCA2016)*, pp. 56-59, 2016.
- 6) **Q. Shi**, Z. Fang, J. She, J. Imani, and Y. Ohyama, Motion Control of a Mobile Wheeled Inverted Pendulum Using Equivalent-Input-Disturbance Approach, *The Joint International Conference of the 10th China-Japan International Workshop on Information Technology and Control Applications and the 6th International Symposium on Computational Intelligence and Industrial Applications (ITCA & ISCIIA 2014)*, pp. 201-207, 2014.
- 7) **Q. Shi**, L. Ouyang, J. She, J. Imani, and Y. Ohyama, An Attempt to Compensate Stribeck-Type Nonlinearity Using Equivalent-Input-Disturbance Approach, *Proceedings of the Ninth China-Japan International Workshop on Internet Technology and Control Applications (ITCA2013)*, pp. 35-40, 2013.
- 8) **Q. Shi**, L. Ouyang, J. She, J. Imani, and Y. Ohyama, Compensation of Stribeck-Type Nonlinearity Using Equivalent-Input-Disturbance Approach, *Proceedings of the MJIT-JUC Joint International Symposium 2013*, pp. 1-4, 2013.